अध्याय-3 सरल रेखा में गति

→ यान्त्रिकी (Mehanics) :-

→ भौतिक विज्ञान की वह शाखा जिसमें पिण्डों की स्थिति एवं गति के बारे मे अध्ययन किया जाता है, यान्त्रिकी कहलाती है।

→ यान्त्रिकी के मुख्य दो भाग होते हैं I) स्थैतिकी II) गतिज विज्ञान

→ स्थैतिकी (Statics) :-

→ यान्त्रिकी की वह शाखा जिसमे स्थिर पिण्डों की स्थिति का अध्ययन किया जाता है, स्थैतिकी कहलाती है। इसे स्थिति विज्ञान कहते हैं।

→ गतिज विज्ञान [Dynamics] :-

→ यान्त्रिकी की वह शाखा जिसमें गतिशील पिण्डों के बारे मे अध्ययन किया जाता है, गतिज विज्ञान कहलाती है।

→ गतिज विज्ञान के दो भाग होते है - I) शुद्ध गतिज विज्ञान II) बलगतिकी

I) शुद्ध गतिज विज्ञान [Kinematics] :-

→ गतिज विज्ञान की वह शाखा जिसमें गतिशील पिण्डों के बारे मे अध्ययन किया जाता है लेकिन उन कारणों का अध्ययन नही करते जिसके कारण गति उत्पन्न हुई, शुद्ध गतिज विज्ञान कहलाती है।

II) बलगतिकी [Kinetics] :-

→ गतिज विज्ञान की वह शाखा जिसमें गतिशील पिण्डों के बारे मे अध्ययन किया जाता है, साथ मे उन कारणों का भी अध्ययन किया जाता है, जिसके कारण गति उत्पन्न हुई, बलगतिकी कहलाती है।

THE GUIDE ACADEMIC

→ निर्देश तन्त्र [frame of reference] :-

→ ऐसा तन्त्र या निकाय या आकाश जिसमें पिण्ड की स्थिति एवं गति के बारे में अध्ययन किया जाता है, निर्देश तन्त्र कहलाता है।

→ निर्देश तन्त्र के प्रकार
I) कार्तीय निर्देश तन्त्र
II) ध्रुवीय निर्देश तन्त्र
III) बेलनाकार निर्देश तन्त्र

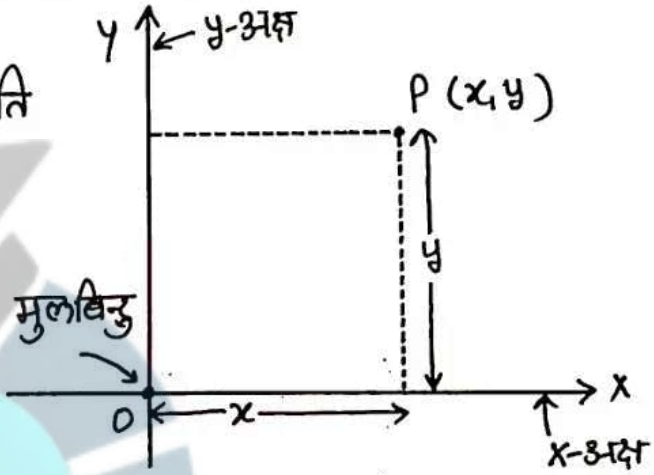
→ **कार्तीय निर्देश तन्त्र [Cartisian Coordinate System] :-**

→ ये दो प्रकार के होते हैं i) द्विविमीय निर्देश तन्त्र
ii) त्रिविमीय निर्देश तन्त्र

→ **द्विविमीय निर्देश तन्त्र - [Two dimensional coordinate system] :-**

→ इसमे दो अक्ष एक दुसरे के लम्बवत स्थित होती है तथा दोनो का प्रतिच्छेद बिन्दु, मूल बिन्दु (O) कहलाता है।

→ इस निर्देश तन्त्र में किसी कण की स्थिति को (x, y) से प्रदर्शित करते है, जिन्हे निर्देशांक कहा जाता है। जहाँ x = y अक्ष से लम्बवत दुरी है तथा y = x-अक्ष से लम्बवत दुरी है।

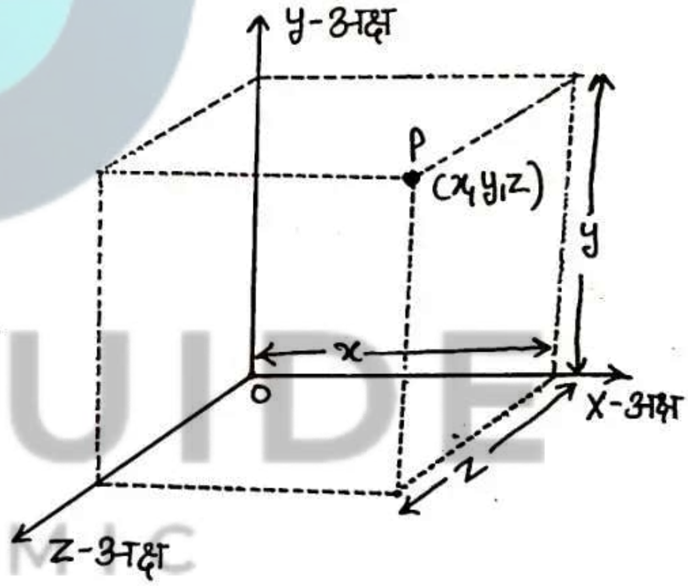


→ **त्रिविमीय निर्देश तन्त्र - [Three dimensional coordinate system]**

→ इस निर्देश तन्त्र में तीन अक्ष x-अक्ष, y-अक्ष, z-अक्ष तीनो एक-दुसरे के लम्बवत होते है।

→ तीनों अक्षों का प्रतिच्छेद बिन्दु मुल बिन्दु कहलाता है।

→ यहां पर किसी बिन्दु के निर्देशांक x, y, z के रूप मे होते है।



→ **विराम [Rest] :-**

→ यदि कोई वस्तु निर्देश तन्त्र के सापेक्ष अपनी स्थिति नही बदलती है तो वस्तु विरामावस्था या स्थिरावस्था मे कहलाती है।

→ **गति (Motion) :-**

→ यदि कोई वस्तु निर्देश तन्त्र के सापेक्ष अपनी स्थिति बदलती है तो उस स्थिति को गति कहते है।

→ गति के प्रकार - तीन प्रकार की होते है- i) एक विमीय गति
ii) द्विविमीय गति
iii) त्रिविमीय गति

THE GUIDE ACADEMIC

→ i) **एक विमीय गति [One dimensional motion] :-**

→ यदि कोई पिण्ड सरल रेखा मे गतिशील हो, उसकी गति एकविमीय गति कहलाती है।

→ Ex. सीधी सड़क पर वाहन की गति, मुक्त रूप से गिरती वस्तु की गति

ii) **द्विविमीय गति [Two dimensional motion] :-**

→ यदि कोई पिण्ड समतल में गतिशील हो, तो पिण्ड की गति द्विविमीय गति कहलाती है।

→ Ex- वृतीय पथ पर गति, बिलियर्ड बॉल की गति

iii) **त्रिविमीय गति [Three dimensional motion] :-**

→ यदि कोई पिण्ड आकाश मे गतिशील हो, तो पिण्ड की गति त्रिविमीय गति कहलाती है।

→ Ex- उड़ते पतंग की गति, उड़ते कीट की गति

→ **दुरी [Distance] :-**

→ किसी पिण्ड तय किये गये पथ की लम्बाई को दुरी कहते है।

→ इसे x या s से प्रदर्शित करते है।

→ दुरी एक अदिश राशि होती है।

→ दुरी का मात्रक 'मीटर' होता है।

→ दुरी की विमा = [L] होती है।

→ दो बिन्दुओं के मध्य दुरी अनंत प्रकार से हो सकती है।

→ दुरी का मान पथ पर निर्भर करता है।

→ **विस्थापन [Displacement] :-**

→ किसी वस्तु की प्रारम्भिक एवं अन्तिम स्थिति को जोड़ने वाली रेखा की लम्बाई विस्थापन कहलाती है।

→ इसे $\vec{x}$ या $\vec{r}$ से प्रदर्शित करते है।

→ विस्थापन एक सदिश राशि होती है।

→ विस्थापन का मात्रक भी 'मीटर' होता है।

→ विस्थापन की विमा भी [L] होती है।

→ किन्ही दो बिन्दुओं के मध्य का विस्थापन अद्वितीय होता है।

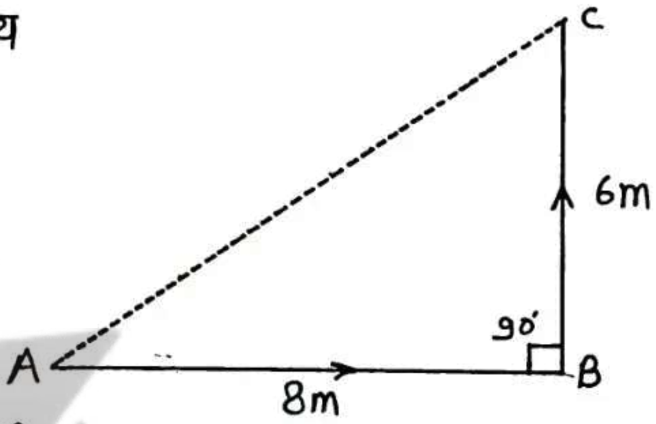
→ विस्थापन का मान पथ पर निर्भर नही करता है।

→ विस्थापन धनात्मक, ऋणात्मक व शुन्य हो सकता है।

THE GUIDE ACADEMICS

Example- यदि कोई पिण्ड A से गति करता हुआ B पर, फिर B से C पर पहुँचता है, तो A से C तक जाने मे पिण्ड द्वारा तय विस्थापन व दुरी ज्ञात कीजिए।

हल- चित्र के अनुसार पिण्ड द्वारा तय की दुरी = AB+BC
= 8+6
= 14m



चित्र से, पिण्ड द्वारा तय विस्थापन

विस्थापन = $\overrightarrow{AC}$

यहां पर AC त्रिभुज ABC का कर्ण है अतः पायथोगोरस प्रमेय से

कर्ण = $\sqrt{\text{आधार}^2 + \text{लम्ब}^2}$

$AC = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$

$\overrightarrow{AC}$ = 10 मीटर (AC दिशा में)

→ दुरी तथा विस्थापन के बीच तुलना-

1. विस्थापन का परिमाण, दो बिन्दुओं के बीच न्युनतम सम्भव दुरी के बराबर होता है। अतः **दुरी ≥ |विस्थापन|**
2. गतिशील कण के लिए दुरी कभी ऋणात्मक या शुन्य नही हो सक्ती जबकि विस्थापन हो सकता है।
3. दो बिन्दुओं के मध्य का विस्थापन अद्वितीय होता है, जबकि दुरी वास्तविक पथ पर निर्भर करती है तथा दुरी के अनन्त मान हो सकते है।
4. गतिमान कण के लिए दुरी समय के साथ कभी घट नही सकती है जबकि विस्थापन समय के साथ घट सकता है। समय के साथ विस्थापन घटने का अर्थ है कि कण प्रारम्भिक बिन्दु की ओर गतिमान है।
5. सामान्यतः विस्थापन का परिमाण, दुरी के बराबर नही होता है, फिर भी यदि गति सरल रेखा के अनुदिश दिशा अपरिवर्तित रहते हुए होती है, तो विस्थापन का परिमाण दुरी के बराबर हो सकता है।

→ चाल [Speed] :-

→ किसी पिण्ड या वस्तु के वेग मे परिवर्तन की दर चाल कहलाती है।

$$\text{चाल} = \frac{\text{दुरी}}{\text{समय}}$$

→ चाल एक अदिश राशि होती है, इसे v से प्रदर्शित करते है।

→ चाल का मात्रक = मीटर/सेकण्ड तथा CGS पद्धति मे cm/सेकण्ड होता है।

→ चाल की विमा = $[L^1T^{-1}]$

→ चाल के प्रकार- चार प्रकार की होती है-

(a) एकसमान चाल [Uniform Speed] :-

→ यदि कोई पिण्ड समान समयान्तरालों मे समान दुरियां तय करे तो पिण्ड की चाल एक समान चाल कहलाती है।

→ Example

	5m	5m	5m	5m	5m	5m	5m	5m
दुरी →	0–5	5–10	10–15	15–20	20–25	25–30	30–35	35–40
समय →	1sec	1sec	1sec	1sec	1sec	1sec	1sec	1sec
एकसमान चाल →	5m/s	5m/s	5m/s	5m/s	5m/s	....	—	—

(b) असमान (परिवर्ती) चाल (Non-uniform speed) :-

→ यदि कोई पिण्ड समान समयान्तरालों में भिन्न-भिन्न दुरियां तय करे तो पिण्ड की चाल असमान चाल कहलाती है।

दुरी →	5m	6m	8m	7m	5m	4m	7m
समय →	1sec	1sec	1sec	1sec	1sec	1sec	
चाल	$5\frac{m}{s}$	$6\frac{m}{s}$	$8\frac{m}{s}$	$7\frac{m}{s}$	$5\frac{m}{s}$	$4\frac{m}{s}$	$7\frac{m}{s}$

(c) औसत चाल (Average Speed) :-

→ किसी दिये गये समयान्तराल मे पिण्ड द्वारा चली गई कुल दुरी तथा उसमें लगे समय का अनुपात, औसत चाल कहलाती है।

$$v_{av} = \frac{\text{पिण्ड द्वारा तय कुल दुरी}}{\text{कुल लिया गया समय}}$$

$$v_{av} = \frac{s_1 + s_2 + s_3 + \dots}{t_1 + t_2 + t_3 + \dots}$$

THE GUIDE ACADEMIC

→ समय औसत चाल –

→ यदि कोई कण $t_1, t_2, t_3 \ldots$ समय-अन्तरालों मे $v_1, v_2, v_3 \ldots$ चाल से गति कर रहा है तो

$$v_{av} = \frac{d_1 + d_2 + d_3 + \ldots}{t_1 + t_2 + t_3 + \ldots} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2 + v_3 t_3 + \ldots}{t_1 + t_2 + t_3 + \ldots}$$

→ दूरी औसत चाल -

→ यदि कोई कण t_1, t_2, t_3 समय-अन्तरालों मे $v_1, v_2, v_3 \ldots$ चाल से गति कर रहा है, तो

$$v_{av} = \frac{d_1 + d_2 + d_3 + \ldots}{t_1 + t_2 + t_3 + \ldots} = \frac{d_1 + d_2 + d_3 + \ldots}{\frac{d_1}{v_1} + \frac{d_2}{v_2} + \frac{d_3}{v_3} + \ldots}$$

(d) तात्क्षणिक-चाल [Instantanous Speed] :-

→ किसी क्षण विशेष पर कण की चाल को तात्क्षणिक चाल कहते हैं।

$$\text{चाल} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

→ यदि समयान्तराल अति सूक्ष्म हो तो i.e $\Delta t \to 0$

$$\text{तात्क्षणिक-चाल} \quad \boxed{v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}}$$

→ वेग (Velocity) :-

→ किसी पिण्ड के विस्थापन मे परिवर्तन की दर को वेग कहते है।

→ यह एक सदिश राशि है। इसे $\vec{v}$ से प्रदर्शित करते है।

→ वेग का मात्रक m/s होता है। C.G.S. पद्धति मे cm/s होता है।

→ इसकी विमा = $[L^1 T^{-1}]$

→ वेग के प्रकार- वेग चार प्रकार का होता है।

(a) एक समान वेग [Uniform Velocity] :-

→ यदि किसी पिण्ड का समान समयान्तरालों मे तय विस्थापन समान हो, तो पिण्ड का वेग एक समान वेग कहलाता है।

→ एक समान वेग की स्थिति मे वेग का परिमाण व दिशा नियत रहती है।

THE GUIDE ACADEMY

(b) असमान वेग (Non-uniform Velocity):-

→ यदि कोई पिण्ड समान समयान्तरालों में भिन्न-भिन्न विस्थापन तय करे तो पिण्ड का वेग, असमान वेग कहलाता है।

→ असमान वेग की स्थिति में पिण्ड के वेग की दिशा या परिमाण या दोनो परिवर्तित होते हैं।

(c) औसत वेग [Average Velocity]:-

→ किसी पिण्ड द्वारा तय किये गये कुल विस्थापन एवं कुल समय के अनुपात को औसत वेग कहते हैं।

→
$$\text{औसत वेग} = \frac{\text{कुल विस्थापन}}{\text{कुल समय}} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} \text{ या } \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

(d) तात्क्षणिक वेग [Instantanous Velocity] :-

→ किसी क्षण विशेष पर कण या पिण्ड का वेग तात्क्षणिक वेग कहलाता है।

$$\text{वेग} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$$

यदि समय अतिअल्प हो, i.e. $\Delta t \to 0$ तो कण का वेग

$$\text{तात्क्षणिक वेग } \vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{d\vec{x}}{dt}$$

* औसत चाल ≥ |औसत वेग|

THE GUIDE ACADEMIC

➡ त्वरण [Acceleration]

→ किसी पिण्ड या कण के वेग मे परिवर्तन की दर, उस पिण्ड का त्वरण कहलाता हैं। इसे $\vec{a}$ से प्रदर्शित करते है।

→ यह एक सदिश राशि होती है, इसकी दिशा वेग परिवर्तन की दिशा होती हैं (वेग की दिशा नही)

→ त्वरण का मात्रक = m/s^2 तथा C.G.S पद्धति में = cm/s^2

→ त्वरण की विमा = $[L^1T^{-2}]$

→ वेग मे परिवर्तन निम्न तीन प्रकार से हो सकता हैं—

1. जब वेग की केवल दिशा परिवर्तित हो— तो त्वरण वेग की लम्बवत दिशा मे होता हैं।

   Ex— एक समान वृतीय गति

2. जब केवल वेग का परिमाण परिवर्तित हो, तो त्वरण की दिशा वेग के समान्तर या विपरीत दिशा मे होगी। Ex- गुरुत्व के अधीन ऊर्ध्वाधर गति

3. जब वेग के परिमाण तथा दिशा दोनों परिवर्तित हो, तो त्वरण के दो घटक होगे एक वेग के लम्बवत व दुसरा वेग की दिशा मे या विपरीत दिशा मे.।
Ex.- प्रक्षेप्य गति-

→ त्वरण के प्रकार

(a) एकसमान त्वरण [Uniform acceleration] :-

→ यदि किसी गतिशील कण का त्वरण का परिमाण एवं दिशा नियत रहे तो, कण का त्वरण, एक समान त्वरण कहलाता है।

(b) परिवर्ती (असमान) त्वरण [Non-uniform acceleration] :-

→ यदि गति के दौरान कण या पिण्ड के त्वरण का परिमाण या दिशा या दोनो परिवर्तित हो, तो इसका त्वरण परिवर्ती त्वरण कहलाता है।

(c). औसत त्वरण [Average acceleration] :-

→ पिण्ड के वेग में कुल परिवर्तन तथा उसमे लगे समय का अनुपात औसत त्वरण कहलाता हैं।

$$\text{त्वरण} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

→ औसत त्वरण की दिशा, वेग सदिश में परिवर्तन की दिशा मे होती है।

$$\text{औसत त्वरण} \quad \boxed{\vec{a}_{av} = \frac{\text{वेग मे कुल परिवर्तन}}{\text{उसमे लगा कुल समय}}}$$

(d) तात्क्षणिक त्वरण [Instantanous acceleration] :

→ किसी क्षण विशेष पर पिण्ड का त्वरण, तात्क्षणिक त्वरण कहलाता है।

$$\boxed{\vec{a} = \lim_{\Delta t \to} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}}$$

Note- त्वरण धनात्मक, ऋणात्मक या शून्य हो सकता है।

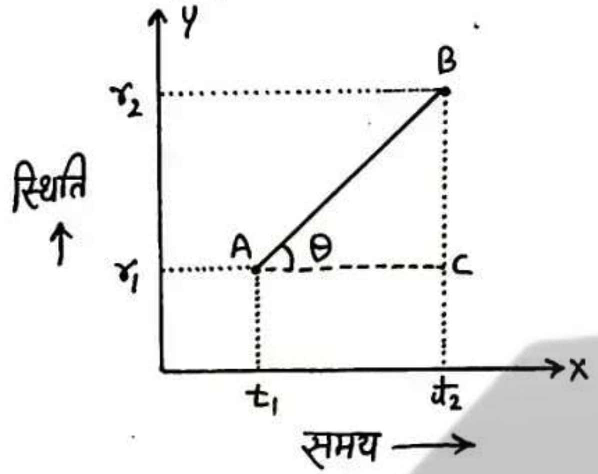
→ धनात्मक त्वरण का अर्थ है कि पिण्ड का वेग लगातार बढ रहा है।

→ ऋणात्मक त्वरण का अर्थ कि पिण्ड का वेग लगातार घट रहा है। ऋणात्मक त्वरण को मंदन कहा जाता है।

→ शुन्य त्वरण का अर्थ है पिण्ड का वेग एक समान या नियत है।

→ स्थिति-समय ग्राफ [Position - time Graph] :-

→ हम X-अक्ष पर समय तथा Y-अक्ष पर स्थिति को दर्शा कर स्थिति-समय ग्राफ खीचते हैं।



→ माना किसी गतिशील कण के लिए स्थिति समय ग्राफ AB है, तब

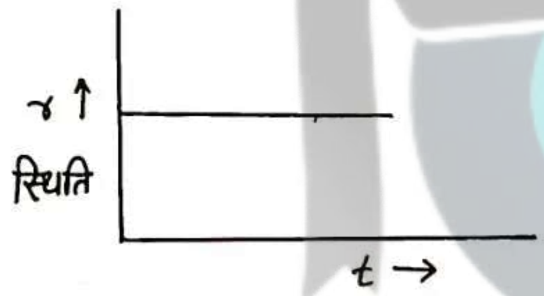
$$\text{वेग} = \frac{\text{स्थिति मे परिवर्तन}}{\text{लिया गया समय}} = \frac{r_2 - r_1}{t_2 - t_1}$$

ΔABC से

$$\tan\theta = \frac{BC}{AC} = \frac{r_2 - r_1}{t_2 - t_1} = \text{वेग} = \text{प्रवणता}(m)$$

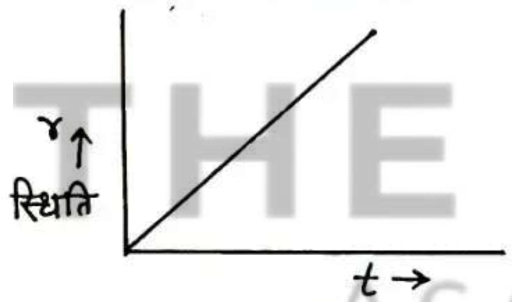
प्रवणता(m) = रेखा का ढाल है।

(a) जब कण विराम अवस्था में हो



जहाँ $\theta = 0^\circ$ अत: $v = 0$

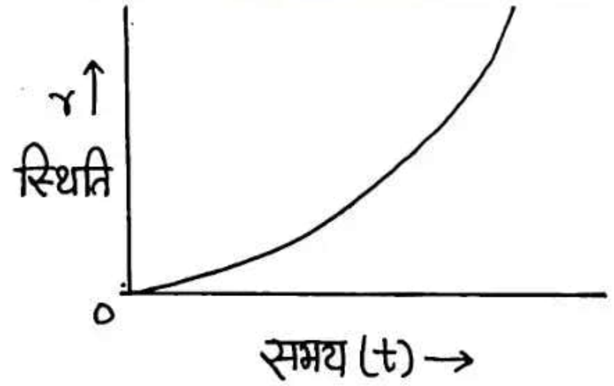
ⓑ जब कण एक समान वेग से गतिशील हो -



जहां θ = नियतांक अत: v = नियतांक

$a = 0$

ⓒ जब कण का वेग बढ रहा हो -



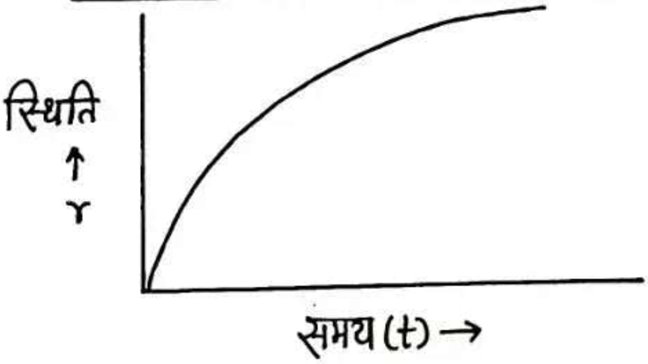
जहाँ θ = लगातार बढ रहा है अर्थात वेग लगातार बढ रहा है।

इसका अर्थ है कि कण त्वरित गति कर रहा है

यहां पर त्वरण (a) = धनात्मक है।

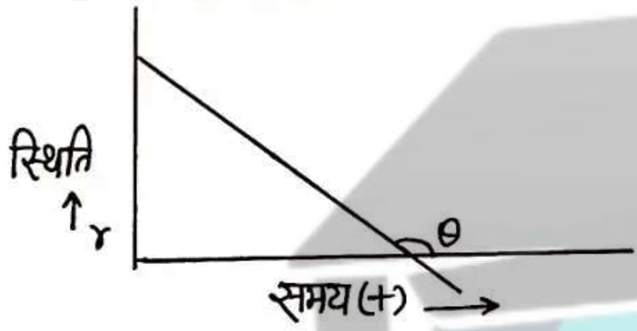
THE GUIDE ACADEMIC

(d) जब कण का वेग घट रहा हो -



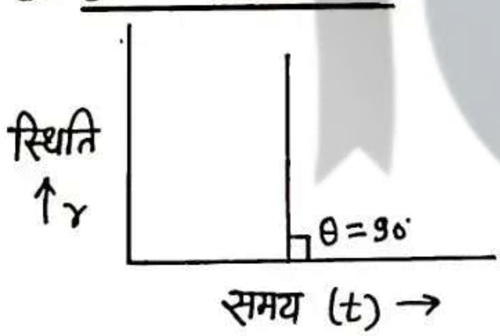
→ यहां पर θ लगातार घट रहा है
⇒ त्वरण ऋणात्मक है
→ अर्थात कण मंदित गति कर रहा है

(e) जबकण नियत वेग से मुल बिन्दु की ओर गतिशील हो-

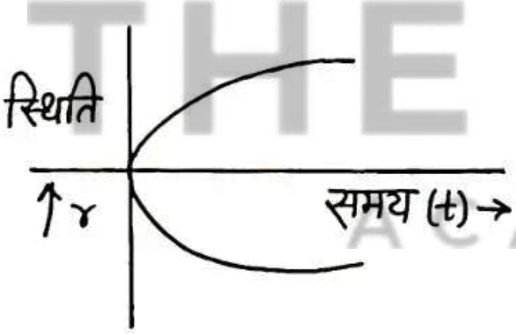


→ θ नियत है पर θ > 90° अत: वेग भी नियत होगा
→ ऋणात्मक ढाल (ऋणात्मक विस्थापन) यह बताता है कि कण मुल बिन्दु की ओर गति कर रहा है।

(f) कुछ असम्भव ग्राफ -

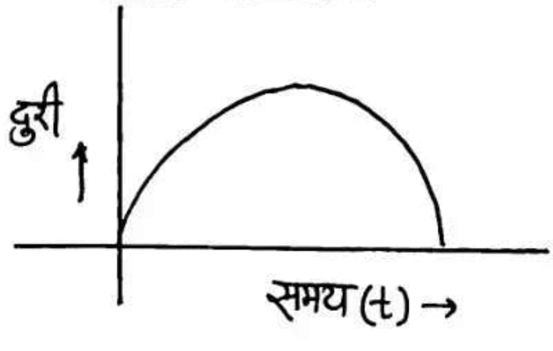


→ यहाँ पर θ = 90° अत: tanθ = v = ∞ पिण्ड का वेग अनन्त होगा
→ परन्तु किसी क्षण पर पिण्ड का वेग अनन्त हो ये व्यावहारिक रुप मे असम्भव है।



→ इस ग्राफ मे कण की एक ही क्षण पर दो स्थितियां है जो कि सम्भव नही है।

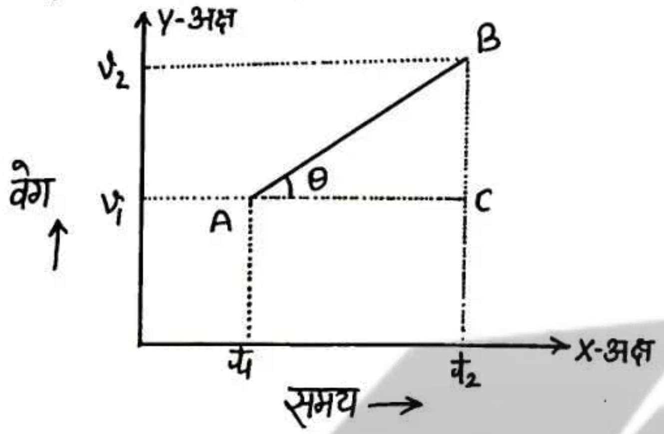
Note :- दुरी - समय ग्राफ -



→ यदि दुरी तथा समय के बीच खींचा गया ग्राफ सदैव बढता हुआ ही प्राप्त होता है।
→ यह ग्राफ कभी भी मुल बिन्दु (मुल अवस्था) पर वापस नही आ सकता क्योंकि दुरी समय के साथ कभी नही घटती

→ वेग-समय ग्राफ – [Velocity-time Graph] :-

→ हम X-अक्ष के अनुदिश समय तथा Y-अक्ष के अनुदिश वेग लेकर, वेग-समय ग्राफ खीचते हैं।

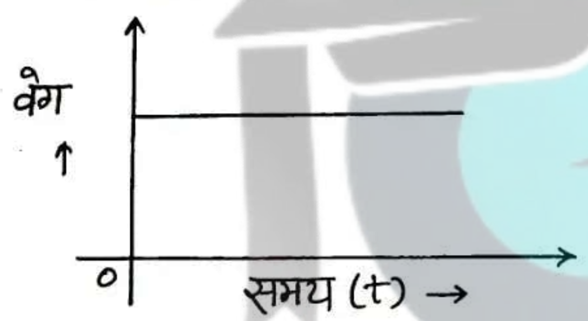


$$\text{त्वरण} = \frac{\text{वेग मे परिवर्तन}}{\text{लिया गया समय}} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

$$\Delta ABC \text{ में } \tan\theta = \frac{BC}{AC} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

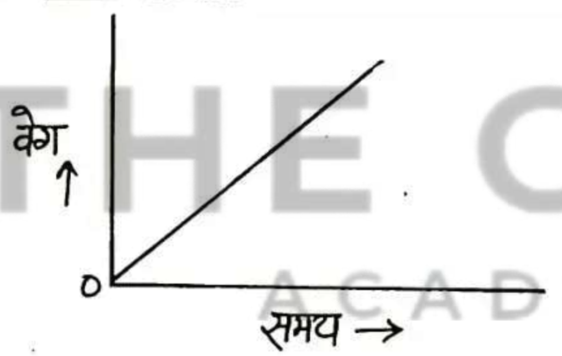
$$\text{त्वरण} = \tan\theta = \text{ग्राफ का ढाल } (m)$$

(a) जब कण नियत वेग से गतिशील हो



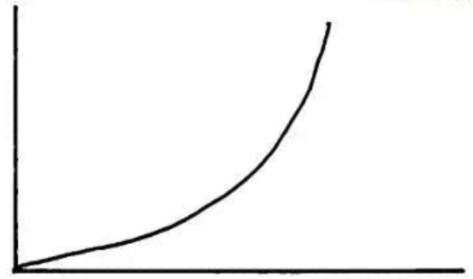
→ यहां पर $\theta = 0°$. अतः $a = 0$
अर्थात् पिण्ड नियत वेग से गतिशील है

(b) जब पिण्ड का वेग एक समान रुप से बढ रहा हो -



→ यहां पर $\theta =$ नियत अतः $a =$ नियत
अर्थात पिण्ड का वेग एक समान रुप से बढ रहा है।

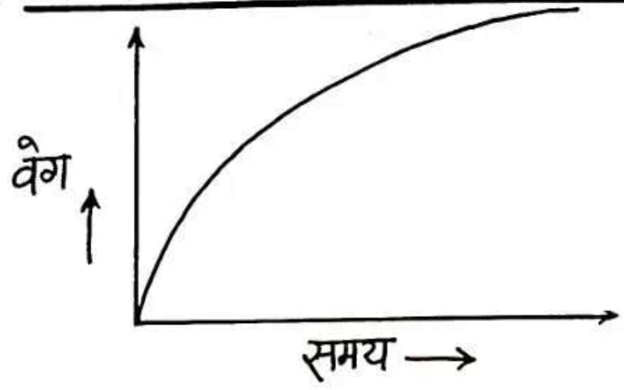
(c) जब पिण्ड का त्वरण बढ रहा हो -



→ यहां पर θ लगातार बढ रहा है अर्थात पिण्ड का त्वरण लगातार बढ रहा है। पिण्ड के वेग मे परिवर्तन का मान लगातार बढ रहा है।

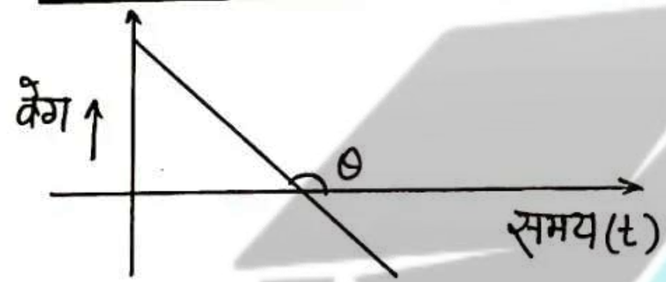
THE GUIDE ACADEMIC

(d) जब पिण्ड का त्वरण घट रहा हो-



→ यहां पर θ घट रहा है, अत: त्वरण का मान भी घट रहा है।

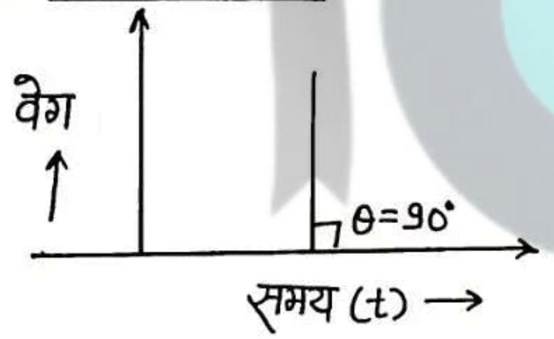
(e) जब पिण्ड ऋणात्मक त्वरण से गति करे-



→ यहां θ नियत अत: त्वरण भी नियत है। लेकिन θ > 90° अत: त्वरण ऋणात्मक होगा।

→ यहां पर पिण्ड का प्रा॰ वेग धनात्मक है

(f) असम्भव ग्राफ -



→ यहां पर θ = 90° अत: त्वरण का मान अनन्त होगा

→ त्वरण का अनन्त मान व्यावहारिक रूप मे सम्भव नही है।

Note - वेग एवं समय के मध्य खीचे गये ग्राफ का क्षेत्रफल वस्तु के विस्थापन को बताता है।

THE GUIDE ACADEMIC

➔ एक समान त्वरित गति के लिए गति के समीकरण:-

→ **A. ग्राफीय विधि :-**

→ माना कोई पिण्ड एक समान त्वरण a से त्वरित गति कर रहा है। पिण्ड का प्रारम्भिक वेग u है, t समय पश्चात पिण्ड का वेग v हो जाता है। t समय मे पिण्ड द्वारा तय विस्थापन x है।

→ **गति का प्रथम समीकरण**

त्वरण की परिभाषा से

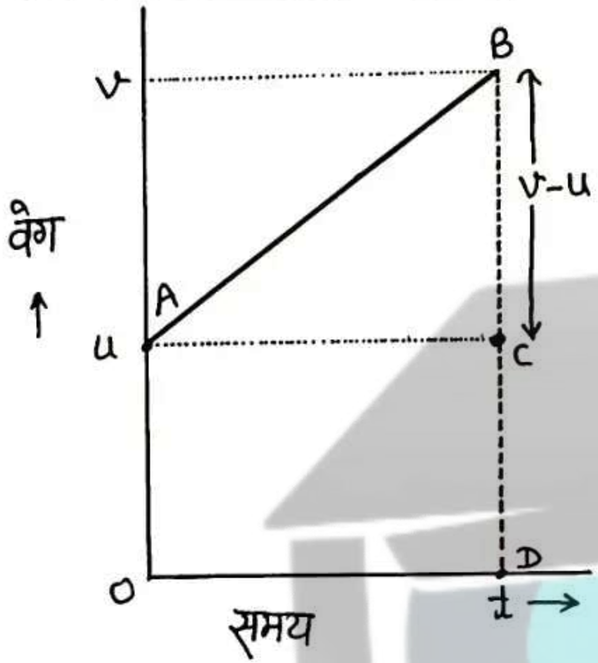
$$a = \frac{\text{वेग में परिवर्तन}}{\text{लिया गया समय}}$$

$$a = \frac{v-u}{t}$$

$$at = v - u$$

$$\boxed{v = u + at} \quad \text{--- (1)}$$ यह गति का प्रथम समी॰ है।

→ **गति का द्वितीय समीकरण -**



→ पिण्ड के वेग एवं समय के मध्य खीचा गया वक्र, पिण्ड द्वारा तय विस्थापन को बताता है।

→ वक्र OABCD का क्षेत्रफल = पिण्ड द्वारा तय विस्थापन

→ x = ΔABC का क्षेत्रफल + आयत OACD का क्षेत्रफल

→ $x = \frac{1}{2} \times AC \times BC + OD \times CD$

पिण्ड का विस्थापन $x = \frac{1}{2} \times t \times (v-u) + ut$

$$x = ut + \frac{1}{2} t(at)$$

[$v - u = at$ गति के प्रथम समीकरण से]

तो $$\boxed{x = ut + \frac{1}{2} at^2} \quad \text{--- (2)}$$

यही गति का द्वितीय समीकरण है।

→ **गति का तृतीय समीकरण**

समी (2) मे $t = \frac{v-u}{a}$ रखने पर

$$x = u\left[\frac{v-u}{a}\right] + \frac{1}{2} a.\left[\frac{v-u}{a}\right]^2$$

$$x = \frac{uv - u^2}{a} + \frac{v^2 + u^2 - 2uv}{2a}$$

$$2ax = 2uv - 2u^2 + v^2 + u^2 - 2uv$$

$$2ax = -u^2 + v^2 \Rightarrow \boxed{v^2 = u^2 + 2ax}$$ गति का तृतीय समी॰ है।

THE GUIDE ACADEMIC

→ कलन विधि द्वारा गति के समीकरण -

→ अवकलन एवं समाकलन का प्रयोग करते हुए एकसमान त्वरित गति के समीकरण प्राप्त करेंगे।

→ गति का प्रथम समीकरण -

त्वरण की परिभाषा से $a = \frac{dv}{dt}$

$$dv = a\,dt$$

दोनो पक्षों का समाकलन करने पर (वेग का u से v तक, समय का 0 से t तक)

$$\int_u^v dv = \int_0^t a\,dt$$

$$[v]_u^v = a[t]_0^t$$

$$v - u = a(t-0)$$

$$\boxed{v = u + at} \quad \text{—— (1)}$$

→ गति का द्वितीय समीकरण -

वेग की परिभाषा से $v = \frac{dx}{dt}$

$$dx = v\,dt$$

उपरोक्त समी का समाकलन करने पर (विस्थापन 0 से x तक, समय 0 से t तक)

$$\int_0^x dx = \int_0^t v\,dt$$

$v = u + at$ रखने पर

$$[x]_0^x = \int_0^t (u+at)\,dt$$

$$[x-0] = \int_0^t u\,dt + \int_0^t at\,dt$$

$$x = u[t]_0^t + a\left[\frac{t^2}{2}\right]_0^t$$

$$x = u(t-0) + \frac{a}{2}(t^2-0)$$

$$\boxed{x = ut + \frac{1}{2}at^2} \quad \text{—— (2)}$$

THE GUIDE ACADEMIC

→ गति का तृतीय समीकरण –

त्वरण की परिभाषा से $a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$

$a = v\frac{dv}{dx}$ [$\frac{dx}{dt} = v$ रखने पर

$v\,dv = a\,dx$

उपरोक्त समीकरण का समाकलन करने पर

$\int_u^v v\,dv = \int_0^x a\,dx$

$\left[\frac{v^2}{2}\right]_u^v = a\left[x\right]_0^x$

$\frac{v^2}{2} - \frac{u^2}{2} = a(x-0)$

$v^2 - u^2 = 2ax$

$\boxed{v^2 = u^2 + 2ax}$ — (3)

➡ एक समान त्वरित गति में पिण्ड द्वारा n वे सेकण्ड में तय दुरी :–

→ माना कोई पिण्ड एक समान त्वरण a से त्वरित गति कर रहा है, पिण्ड का प्रारम्भिक वेग u है, तो पिण्ड द्वारा n वे सेकण्ड मे तय दुरी d_n

d_n = n सेकण्ड मे तय दुरी (x_n) – $(n-1)$ सेकण्ड मे तय दुरी (x_{n-1}) — (1)

हम जानते है, गति का द्वितीय समीकरण $x = ut + \frac{1}{2}at^2$

$t = n$ सेकण्ड मे पिण्ड द्वारा तय दुरी $x_n = un + \frac{1}{2}an^2$ — (2)

$t = (n-1)$ सेकण्ड मे पिण्ड द्वारा तय दुरी $x_{n-1} = u(n-1) + \frac{1}{2}a(n-1)^2$ — (3)

समी (2) व (3) को समी (1) में रखने पर

$d_n = \left[un + \frac{1}{2}an^2\right] - \left[u(n-1) + \frac{1}{2}a(n-1)^2\right]$

$$d_n = un + \frac{1}{2}an^2 - \left[un - u + \frac{1}{2}a(n^2 + 1 - 2n)\right]$$

$$d_n = un + \frac{1}{2}an^2 - un + u - \frac{1}{2}an^2 - \frac{1}{2}a + an$$

$$\boxed{d_n = u + \frac{1}{2}a(2n-1)}$$

यह पिण्ड द्वारा n वे सेकण्ड मे तय की गई दुरी का समी० है।

→ मुक्त पतन [Free fall] :-

→ यदि कोई पिण्ड या वस्तु गुरुत्वीय त्वरण के अधीन स्वतन्त्रतापूर्वक गिर रही है तो उसे मुक्त पतन कहा जाता है।

→ मुक्त पतन मे वस्तु का प्रारम्भिक वेग $u=0$ होता है।

→ धनात्मक y-अक्ष ऊपर की ओर है तो गुरुत्वीय त्वरण $a = -g = 9.8\,m/s^2$ ऋणात्मक लिया जायेगा।

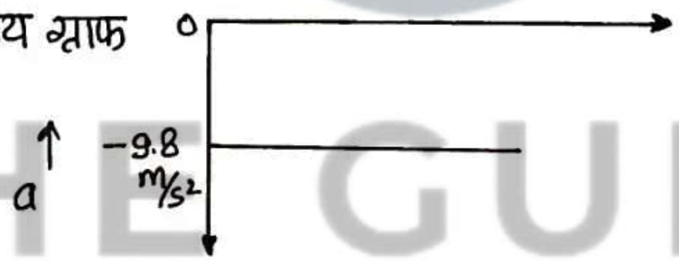
→ मुक्त पतन की स्थिति मे गति के समीकरण निम्न प्रकार परिवर्तित हो जायेगे

$$v = u + at \Rightarrow v = 0 - gt = -9.8t$$

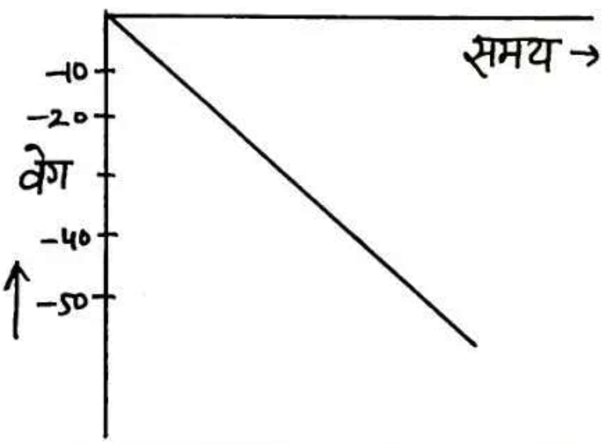
$$x = ut + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow x = 0 + \frac{1}{2}(-g)t^2 = -4.9t^2$$

$$v^2 = u^2 + 2ax \Rightarrow v^2 = 0 - 2gx = -19.6x$$

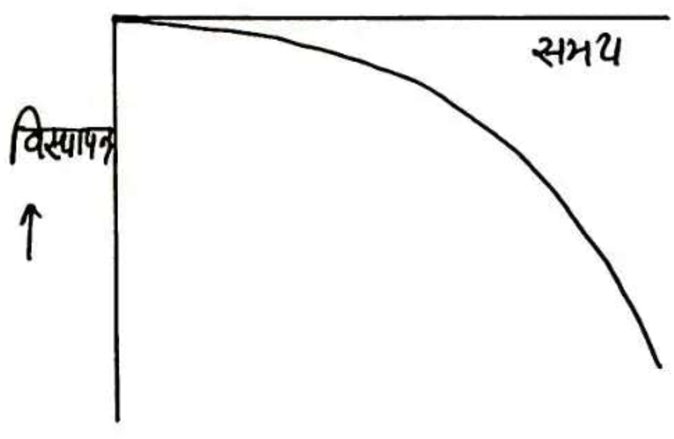
→ त्वरण- समय ग्राफ



→ वेग- समय ग्राफ



विस्थापन- समय ग्राफ –

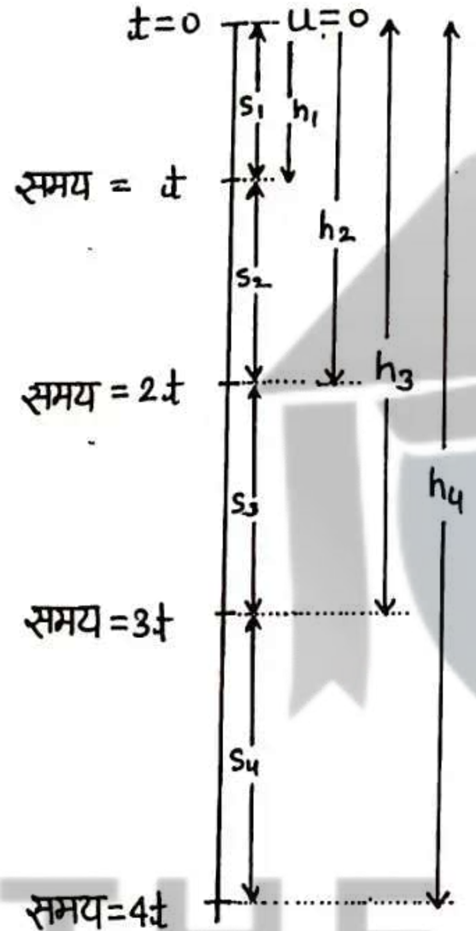


THE GUIDE ACADEMIC

→ गैलीलियों का विषम अंक सम्बन्धित नियम -

→ कथन - इस नियम के अनुसार " स्वतन्त्रतापूर्वक गिर रही वस्तु के द्वारा समान समयान्तरालों मे तय की गई दुरियों का अनुपात, एक से प्रारम्भ होने वाले विषम अंको के अनुपात के बराबर होता है।"

→ व्युत्पत्ति - यदि कोई वस्तु स्वतन्त्रतापूर्वक गिर रही है तो वस्तु का प्रारम्भिक वेग शून्य होगा अतः गति का द्वितीय समी.



$x = ut + \frac{1}{2}at^2$ यहां पर निम्न प्रकार लिखा जा सकता है

$$h = -\frac{1}{2}gt^2 \quad \text{—(1)}$$

→ समय = t सेकण्ड मे तय दुरी

$$h_1 = -\frac{1}{2}gt^2 \quad \text{—(2)}$$

→ समय = 2t सेकण्ड मे तय दुरी

$$h_2 = -\frac{1}{2}g(2t)^2 = -\frac{1}{2}gt^2 \times 4 \quad \text{—(3)}$$

→ समय = 3t सेकण्ड मे तय दुरी

$$h_3 = -\frac{1}{2}g(3t)^2 = -\frac{1}{2}gt^2 \times 9 \quad \text{—(4)}$$

→ समय = 4t सेकण्ड मे तय दुरी

$$h_4 = -\frac{1}{2}g(4t)^2 = -\frac{1}{2}gt^2 \times 16 \quad \text{—(5)}$$

→ t समय मे तय दुरी $s_1 = h_1 = -\frac{1}{2}gt^2$ —(6)

→ अगले समय-अन्तराल t मे तय दुरी $s_2 = h_2 - h_1 = -\frac{1}{2}gt^2 \times 4 - \frac{1}{2}gt^2 =$

$$s_2 = -3 \times \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{—(7)}$$

→ उससे अगले समय अन्तराल मे तय दुरी (3t - 2t) में

$$s_3 = h_3 - h_2 = -\frac{1}{2}gt^2 \times 9 - \frac{1}{2}gt^2 \times 4 \Rightarrow s_3 = -5 \times \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{—(8)}$$

→ अगले समय अन्तराल मे तय दुरी (4t - 3t) में

$$s_4 = h_4 - h_3 = -\frac{1}{2}gt^2 \times 16 - \frac{1}{2}gt^2 \times 9 \Rightarrow s_4 = -7 \times \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{—(9)}$$

सभी (6), (7), (8), (9) से स्वतन्त्र गिर रहे पिण्ड द्वारा समान समय अन्तरालों मे तय दुरियों का अनुपात

$$s_1 : s_2 : s_3 : s_4 : \ldots = 1 : 3 : 5 : 7 : \ldots$$

यही गैलीलियों का विषम अंक सम्बन्धित नियम है।

THE GUIDE ACADEMIC

→ वाहनों की अवरोधन दुरी :-

→ किसी गतिशील वाहन या पिण्ड पर ब्रेक लगाने से रुकने तक तय दुरी अवरोधन दुरी कहलाती है।

→ अवरोधन दुरी को d_s से प्रदर्शित करते है।

→ अवरोधन दुरी के दौरान वाहन का अन्तिम वेग $v = 0$ होता है

→ गति के तृतीय समी. से $v^2 = u^2 + 2ax$

वाहनों की अवरोधन दुरी की स्थिति में $v = 0$ तथा $x = d_s$ तो

$$0 = u^2 + 2a.d_s$$

$$2a.d_s = -u^2$$

$$\boxed{d_s = \frac{-u^2}{2a}}$$

→ यहां पर अवरोधन दुरी $d_s \propto u^2$

$$d_s \propto \frac{1}{a}$$

अर्थात् अवरोधन दुरी का मान, वाहन के प्रारम्भिक वेग के वर्ग के समानुपाती तथा वाहन के त्वरण के व्युत्क्रमानुपाती होता है।

→ प्रतिक्रिया काल [Reaction time] :-

→ प्रतिक्रिया काल किसी व्यक्ति द्वारा किसी घटना को देखने में, उसके बारे मे सोचने में तथा कार्यवाही करने मे लगा समय है।

→ Example – माना कोई व्यक्ति कार चला रहा है, अचानक उसके रास्ते मे एक लड़का सामने आ जाता है तो कार मे तेजी से ब्रेक लगाने के पहले व्यक्ति को लगने वाला समय, प्रतिक्रिया काल कहलाता है।

→ प्रतिक्रिया काल का मान, परिस्थिति की जटिलता एवं व्यक्ति विशेष पर निर्भर करता है।

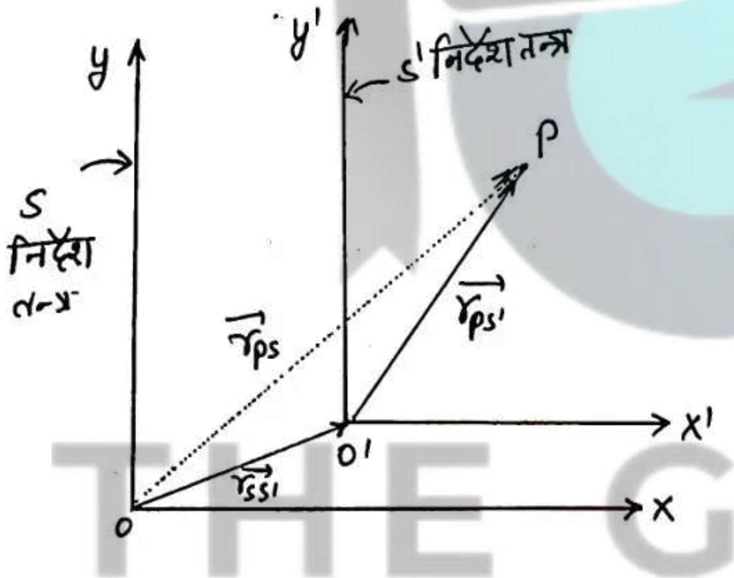
→ प्रतिक्रिया काल को समझने के लिए लोहे की छड़ या रूलर लेते है। इसमे एक व्यक्ति छड को ऊर्ध्वाधर करके ऊपर से पकड़ कर रखता है। दुसरा व्यक्ति अपने अंगुठे व तर्जनी के मध्य भाग मे छड को रखता है। इस भाग या खाली जगह से पहला व्यक्ति छड़ को गिराता है तो दुसरे व्यक्ति द्वारा छड को पकडने मे लगा समय 'प्रतिक्रिया काल' कहलाता है। प्रतिक्रिया काल के दौरान छड़ ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर गिर जाती है।

→ आपेक्षिक वेग [Relative Velocity] :-

→ जब हम किसी कण की गति की बात करते है तो हमें एक नियत बिन्दु मानना होता है, जिसके सापेक्ष दिया गया कण गति करता है, इस स्थिति मे नियत बिन्दु के सापेक्ष कण का वेग, आपेक्षिक वेग कहलाता है।

→ Example - ट्रेन चल रही है या पानी बह रहा है या व्यक्ति दौड़ रहा है या हवा चल रही है, इन सबका हमारा यहां अर्थ है कि ये सभी गतियां पृथ्वी के सापेक्ष है (यहां पर पृथ्वी को नियत मानते है)

→ किसी गतिशील वस्तु या पिण्ड का वेग अन्य किसी गतिशील वस्तु के सापेक्ष ज्ञात करने के लिए, माना एक कण P, निर्देश तन्त्र S के सापेक्ष स्थिति $\vec{r}_{ps}$ है जबकि निर्देश तन्त्र S' के सापेक्ष कण P की स्थिति $\vec{r}_{ps'}$ है। यदि निर्देश तन्त्र S' की स्थिति निर्देश तन्त्र S के सापेक्ष स्थिति $\vec{r}_{s's}$ है तो



चित्र से $\vec{r}_{ps} = \vec{r}_{ps'} + \vec{r}_{s's}$

उपरोक्त समी॰ का t के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$\frac{d\vec{r}_{ps}}{dt} = \frac{d\vec{r}_{ps'}}{dt} + \frac{d\vec{r}_{s's}}{dt}$$

$$\vec{V}_{ps} = \vec{V}_{ps'} + \vec{V}_{s's}$$

$$\vec{V}_{ps'} = \vec{V}_{ps} - \vec{V}_{s's}$$

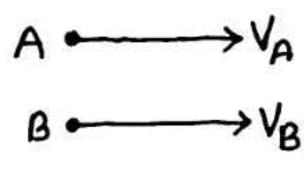
→ माना दो कण A व B है जिनके वेग क्रमशः V_A व V_B है तो पिण्ड या कण A के सापेक्ष कण B का आपेक्षिक वेग

$$\boxed{\vec{V}_{BA} = \vec{V}_B - \vec{V}_A}$$

1) यदि दोनो कण समान दिशा मे गतिशील हो, तब

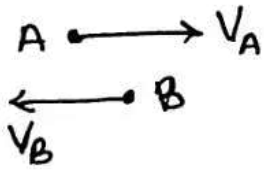
A के सापेक्ष B का आपेक्षिक वेग $V_{BA} = V_B - V_A$

B के सापेक्ष A का आपेक्षिक वेग $V_{AB} = V_A - V_B$



ii) यदि दोनो कण एक-दुसरे की विपरीत दिशा मे गतिशील हो -

कण A के सापेक्ष B का आपेक्षिक वेग $= -V_B - V_A$

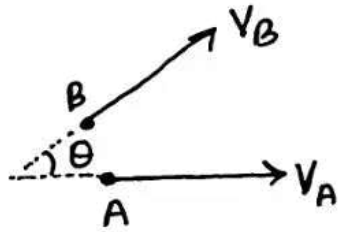


$$V_{BA} = -(V_B + V_A)$$

कण B के सापेक्ष A का आपेक्षिक वेग $V_{AB} = V_A - (-V_B)$

$$V_{AB} = V_A + V_B.$$

iii) यदि दोनो कण एक दुसरे से θ कोण पर गतिशील हो



$$V_{AB} = \sqrt{V_A^2 + V_B^2 - 2V_AV_B\cos\theta}$$

अध्याय-3 सरल रेखा में गति

→ यान्त्रिकी (Mehanics) :-

→ भौतिक विज्ञान की वह शाखा जिसमें पिण्डों की स्थिति एवं गति के बारे मे अध्ययन किया जाता है, यान्त्रिकी कहलाती है।

→ यान्त्रिकी के मुख्य दो भाग होते हैं i) स्थैतिकी ii) गतिज विज्ञान

→ स्थैतिकी (Statics) :-

→ यान्त्रिकी की वह शाखा जिसमे स्थिर पिण्डों की स्थिति का अध्ययन किया जाता है, स्थैतिकी कहलाती है। इसे स्थिति विज्ञान कहते हैं।

→ गतिज विज्ञान [Dynamics] :-

→ यान्त्रिकी की वह शाखा जिसमें गतिशील पिण्डों के बारे मे अध्ययन किया जाता है, गतिज विज्ञान कहलाती है।

→ गतिज विज्ञान के दो भाग होते है - i) शुद्ध गतिज विज्ञान ii) बलगतिकी

i) शुद्ध गतिज विज्ञान [Kinematics] :-

→ गतिज विज्ञान की वह शाखा जिसमें गतिशील पिण्डों के बारे मे अध्ययन किया जाता है लेकिन उन कारणों का अध्ययन नही करते जिसके कारण गति उत्पन्न हुई, शुद्ध गतिज विज्ञान कहलाती है।

ii) बलगतिकी [Kinetics] :-

→ गतिज विज्ञान की वह शाखा जिसमें गतिशील पिण्डों के बारे मे अध्ययन किया जाता है, साथ मे उन कारणों का भी अध्ययन किया जाता है, जिसके कारण गति उत्पन्न हुई, बलगतिकी कहलाती है।

→ निर्देश तन्त्र [frame of reference] :-

→ ऐसा तन्त्र या निकाय या आकाश जिसमें पिण्ड की स्थिति एवं गति के बारे में अध्ययन किया जाता है, निर्देश तन्त्र कहलाता है।

→ निर्देश तन्त्र के प्रकार i) कार्तीय निर्देश तन्त्र
ii) ध्रुवीय निर्देश तन्त्र
iii) बेलनाकार निर्देश तन्त्र

THE GUIDE ACADEMIC

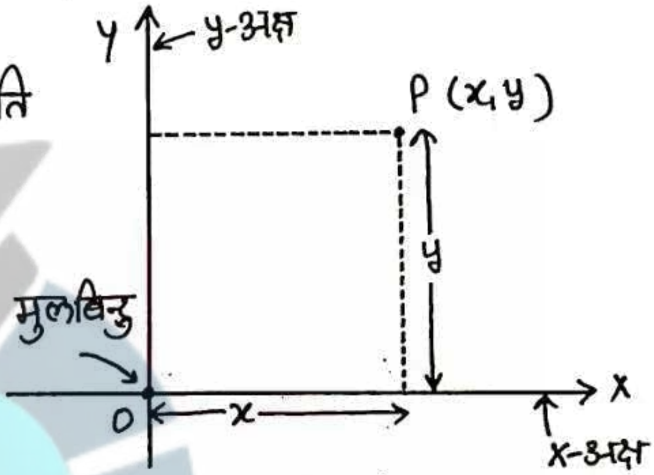
→ कार्तीय निर्देश तन्त्र [Cartisian Coordinate System] :-

→ ये दो प्रकार के होते हैं i) द्विविमीय निर्देश तन्त्र
ii) त्रिविमीय निर्देश तन्त्र

→ द्विविमीय निर्देश तन्त्र - [Two dimensional coordinate system] :-

→ इसमे दो अक्ष एक दुसरे के लम्बवत स्थित होती है तथा दोनो का प्रतिच्छेद बिन्दु, मूल बिन्दु (O) कहलाता है।

→ इस निर्देश तन्त्र में किसी कण की स्थिति को (x, y) से प्रदर्शित करते हैं, जिन्हे निर्देशांक कहा जाता है। जहाँ x = y अक्ष से लम्बवत दुरी है तथा y = x-अक्ष से लम्बवत दूरी है।

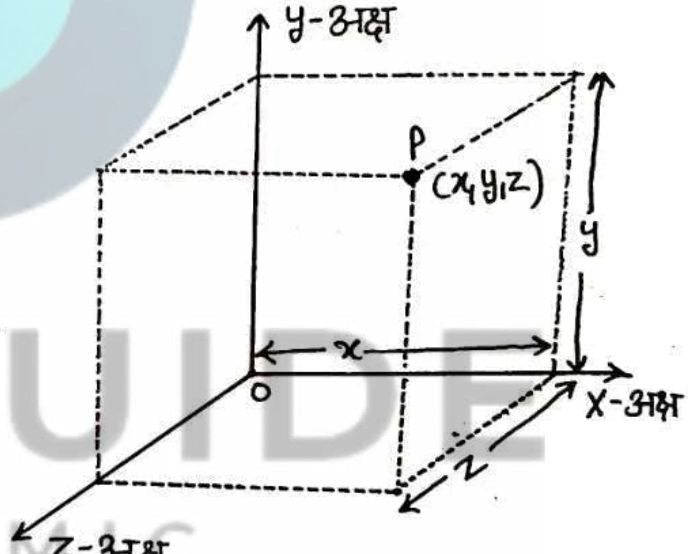


→ त्रिविमीय निर्देश तन्त्र - [Three dimensional coordinate system]

→ इस निर्देश तन्त्र में तीन अक्ष x-अक्ष, y-अक्ष, z-अक्ष तीनो एक-दुसरे के लम्बवत होते हैं।

→ तीनों अक्षों का प्रतिच्छेद बिन्दु मुल बिन्दु कहलाता है।

→ यहां पर किसी बिन्दु के निर्देशांक x, y, z के रूप मे होते हैं।



→ विराम [Rest] :-

→ यदि कोई वस्तु निर्देश तन्त्र के सापेक्ष अपनी स्थिति नही बदलती है तो वस्तु विरामावस्था या स्थिरावस्था मे कहलाती है।

→ गति (Motion) :-

→ यदि कोई वस्तु निर्देश तन्त्र के सापेक्ष अपनी स्थिति बदलती है तो उस स्थिति को गति कहते हैं।

→ गति के प्रकार - तीन प्रकार की होते हैं- i) एक विमीय गति
ii) द्विविमीय गति
iii) त्रिविमीय गति

THE GUIDE ACADEMIC

→ I) एक विमीय गति [One dimensional motion] :-

→ यदि कोई पिण्ड सरल रेखा मे गतिशील हो, उसकी गति एकविमीय गति कहलाती है।

→ Ex. सीधी सड़क पर वाहन की गति, मुक्त रूप से गिरती वस्तु की गति

II) द्विविमीय गति [Two dimensional motion] :-

→ यदि कोई पिण्ड समतल में गतिशील हो, तो पिण्ड की गति द्विविमीय गति कहलाती है।

→ Ex- वृतीय पथ पर गति, बिलियर्ड बॉल की गति

III) त्रिविमीय गति [Three dimensional motion] :-

→ यदि कोई पिण्ड आकाश मे गतिशील हो, तो पिण्ड की गति त्रिविमीय गति कहलाती है।

→ Ex- उड़ते पतंग की गति, उड़ते कीट की गति

→ दुरी [Distance] :-

→ किसी पिण्ड तय किये गये पथ की लम्बाई को दुरी कहते है।

→ इसे x या s से प्रदर्शित करते है।

→ दुरी एक अदिश राशि होती है।

→ दुरी का मात्रक 'मीटर' होता है।

→ दुरी की विमा = [L'] होती है।

→ दो बिन्दुओं के मध्य दुरी अनंत प्रकार से हो सकती है।

→ दुरी का मान पथ पर निर्भर करता है।

→ विस्थापन [Displacement] :-

→ किसी वस्तु की प्रारम्भिक एवं अन्तिम स्थिति को जोड़ने वाली रेखा की लम्बाई विस्थापन कहलाती है।

→ इसे $\vec{x}$ या $\vec{r}$ से प्रदर्शित करते है।

→ विस्थापन एक सदिश राशि होती है।

→ विस्थापन का मात्रक भी 'मीटर' होता है।

→ विस्थापन की विमा भी [L'] होती है।

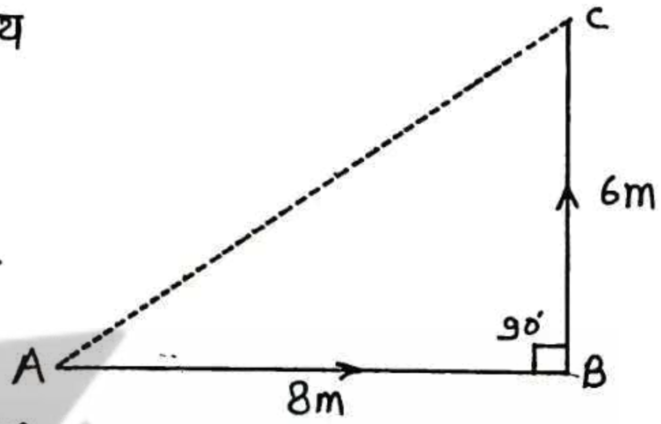
→ किन्ही दो बिन्दुओं के मध्य का विस्थापन अद्वितीय होता है।

→ विस्थापन का मान पथ पर निर्भर नही करता है।

→ विस्थापन धनात्मक, ऋणात्मक व शुन्य हो सकता है।

Example- यदि कोई पिण्ड A से गति करता हुआ B पर, फिर B से C पर पहुँचता है, तो A से C तक जाने मे पिण्ड द्वारा तय विस्थापन व दुरी ज्ञात कीजिए।

हल- चित्र के अनुसार पिण्ड द्वारा तय



की दुरी $= AB + BC$

$= 8 + 6$

$= 14m$

चित्र से, पिण्ड द्वारा तय विस्थापन

विस्थापन $= \overrightarrow{AC}$

यहां पर AC त्रिभुज ABC का कर्ण है अत: पायथोगोरस प्रमेय से

कर्ण $= \sqrt{\text{आधार}^2 + \text{लम्ब}^2}$

$AC = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$

$\overrightarrow{AC} = 10$ मीटर (AC दिशा में)

→ **दुरी तथा विस्थापन के बीच तुलना-**

1. विस्थापन का परिमाण, दो बिन्दुओं के बीच न्युनतम सम्भव दुरी के बराबर होता है। अत: $\boxed{\text{दुरी} \geq |\text{विस्थापन}|}$
2. गतिशील कण के लिए दुरी कभी ऋणात्मक या शुन्य नही हो सकती जबकि विस्थापन हो सकता है।
3. दो बिन्दुओं के मध्य का विस्थापन अद्वितीय होता है, जबकि दुरी वास्तविक पथ पर निर्भर करती है तथा दुरी के अनन्त मान हो सकते है।
4. गतिमान कण के लिए दुरी समय के साथ कभी घट नही सकती है जबकि विस्थापन समय के साथ घट सकता है। समय के साथ विस्थापन घटने का अर्थ है कि कण प्रारम्भिक बिन्दु की ओर गतिमान है।
5. सामान्यत: विस्थापन का परिमाण, दुरी के बराबर नही होता है, फिर भी यदि गति सरल रेखा के अनुदिश दिशा अपरिवर्तित रहते हुए होती है, तो विस्थापन का परिमाण दुरी के बराबर हो सकता है।

THE GUIDE ACADEMIC

→ चाल [Speed] :-

→ किसी पिण्ड या वस्तु के वेग मे परिवर्तन की दर चाल कहलाती है।

$$\text{चाल} = \frac{\text{दुरी}}{\text{समय}}$$

→ चाल एक अदिश राशि होती है, इसे v से प्रदर्शित करते है।

→ चाल का मात्रक = मीटर/सेकण्ड तथा CGS पद्धति मे cm/सेकण्ड होता है।

→ चाल की विमा = $[L^1T^{-1}]$

→ चाल के प्रकार- चार प्रकार की होती हैं-

(a) एकसमान चाल [Uniform speed] :-

→ यदि कोई पिण्ड समान समयान्तरालों मे समान दुरियां तय करे तो पिण्ड की चाल एक समान चाल कहलाती है।

→ Example

दुरी →	0–5	5–10	10–15	15–20	20–25	25–30	30–35	35–40
	5m	5m	5m	5m	5m	5m	5m	5m
समय →	1sec	1sec	1sec	1sec	1sec	1sec	1sec	1sec
एकसमान चाल →	5m/s	5m/s	5m/s	5m/s	5m/s	....	—	—

(b) असमान (परिवर्ती) चाल (Non-uniform speed) :-

→ यदि कोई पिण्ड समान समयान्तरालों में भिन्न-भिन्न दुरियां तय करे तो पिण्ड की चाल असमान चाल कहलाती है।

दुरी →	5m	6m	8m	7m	5m	4m	7m
समय →	1sec	1sec	1sec	1sec	1sec	1sec	
चाल	$5\frac{m}{s}$	$6\frac{m}{s}$	$8\frac{m}{s}$	$7\frac{m}{s}$	$5\frac{m}{s}$	$4\frac{m}{s}$	$7\frac{m}{s}$

(c) औसत चाल (Average Speed) :-

→ किसी दिये गये समयान्तराल मे पिण्ड द्वारा चली गई कुल दुरी तथा उसमें लगे समय का अनुपात, औसत चाल कहलाती है।

$$v_{av} = \frac{\text{पिण्ड द्वारा तय कुल दुरी}}{\text{कुल लिया गया समय}}$$

$$v_{av} = \frac{s_1 + s_2 + s_3 + \ldots}{t_1 + t_2 + t_3 + \ldots}$$

THE GUIDE ACADEMIC

→ समय औसत चाल –

→ यदि कोई कण $t_1, t_2, t_3 \ldots$ समय-अन्तरालों मे $v_1, v_2, v_3 \ldots$ चाल से गति कर रहा है तो

$$v_{av} = \frac{d_1+d_2+d_3+\ldots}{t_1+t_2+t_3+\ldots} = \frac{v_1t_1+v_2t_2+v_3t_3+\ldots}{t_1+t_2+t_3+\ldots}$$

→ दूरी औसत चाल –

→ यदि कोई कण t_1, t_2, t_3 समय-अन्तरालों मे $v_1, v_2, v_3 \ldots$ चाल से गति कर रहा है, तो

$$v_{av} = \frac{d_1+d_2+d_3+\ldots}{t_1+t_2+t_3+\ldots} = \frac{d_1+d_2+d_3+\ldots}{\frac{d_1}{v_1}+\frac{d_2}{v_2}+\frac{d_3}{v_3}+\ldots}$$

(d) तात्क्षणिक-चाल [Instantanous Speed] :-

→ किसी क्षण विशेष पर कण की चाल को तात्क्षणिक चाल कहते है।

$$\text{चाल} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}$$

→ यदि समयान्तराल अति सुक्ष्म हो तो i.e $\Delta t \to 0$

तात्क्षणिक-चाल $$\boxed{v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}}$$

→ वेग (Velocity) :-

→ किसी पिण्ड के विस्थापन मे परिवर्तन की दर को वेग कहते है।

→ यह एक सदिश राशि है। इसे $\vec{v}$ से प्रदर्शित करते है।

→ वेग का मात्रक m/s होता है। c.G.S. पद्धति मे cm/s होता है।

→ इसकी विमा = $[L^1T^{-1}]$

→ वेग के प्रकार- वेग चार प्रकार का होता है।

(a) एक समान वेग [Uniform Velocity] :-

→ यदि किसी पिण्ड का समान समयान्तरालों मे तय विस्थापन समान हो, तो पिण्ड का वेग एक समान वेग कहलाता है।

→ एक समान वेग की स्थिति मे वेग का परिमाण व दिशा नियत रहती है।

THE GUIDE ACADEMIC

(b) असमान वेग (Non-uniform Velocity) :-

→ यदि कोई पिण्ड समान समयान्तरालों में भिन्न-भिन्न विस्थापन तय करे तो पिण्ड का वेग, असमान वेग कहलाता है।

→ असमान वेग की स्थिति में पिण्ड के वेग की दिशा या परिमाण या दोनो परिवर्तित होते हैं।

(c) **औसत वेग** [Average Velocity] :-

→ किसी पिण्ड द्वारा तय किये गये कुल विस्थापन एवं कुल समय के अनुपात को औसत वेग कहते हैं।

→ $$\text{औसत वेग} = \frac{\text{कुल विस्थापन}}{\text{कुल समय}} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} \text{ या } \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

(d) तात्क्षणिक वेग [Instantanous Velocity] :-

→ किसी क्षण विशेष पर कण या पिण्ड का वेग तात्क्षणिक वेग कहलाता है।

$$\text{वेग} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$$

यदि समय अतिअल्प हो, i.e. $\Delta t \to 0$ तो कण का वेग

$$\text{तात्क्षणिक वेग } \vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{d\vec{x}}{dt}$$

* औसत चाल ≥ |औसत वेग|

THE GUIDE ACADEMIC

➡ त्वरण [Acceleration]

→ किसी पिण्ड या कण के वेग मे परिवर्तन की दर, उस पिण्ड का त्वरण कहलाता हैं। इसे $\vec{a}$ से प्रदर्शित करते है।

→ यह एक सदिश राशि होती है, इसकी दिशा वेग परिवर्तन की दिशा होती है (वेग की दिशा नही)

→ त्वरण का मात्रक = m/s^2 तथा C.G.S पद्धति में = cm/s^2

→ त्वरण की विमा = $[L^1T^{-2}]$

→ वेग मे परिवर्तन निम्न तीन प्रकार से हो सकता हैं —

1. जब वेग की केवल दिशा परिवर्तित हो — तो त्वरण वेग की लम्बवत दिशा मे होता हैं।

   Ex — एक समान वृतीय गति

2. जब केवल वेग का परिमाण परिवर्तित हो, तो त्वरण की दिशा वेग के समान्तर या विपरीत दिशा मे होगी। Ex- गुरुत्व के अधीन ऊर्ध्वाधर गति

3. जब वेग के परिमाण तथा दिशा दोनों परिवर्तित हो, तो त्वरण के दो घटक होंगे एक वेग के लम्बवत व दुसरा वेग की दिशा मे या विपरीत दिशा मे.।
Ex.– प्रक्षेप्य गति –

→ त्वरण के प्रकार

(a) एकसमान त्वरण [Uniform acceleration] :–

→ यदि किसी गतिशील कण का त्वरण का परिमाण एवं दिशा नियत रहे तो, कण का त्वरण, एक समान त्वरण कहलाता है।

(b) परिवर्ती (असमान) त्वरण [Non-uniform acceleration] :–

→ यदि गति के दौरान कण या पिण्ड के त्वरण का परिमाण या दिशा या दोनो परिवर्तित हो, तो इसका त्वरण परिवर्ती त्वरण कहलाता है।

(c). औसत त्वरण [Average acceleration] :–

→ पिण्ड के वेग में कुल परिवर्तन तथा उसमे लगे समय का अनुपात औसत त्वरण कहलाता है।

$$\text{त्वरण} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

→ औसत त्वरण की दिशा, वेग सदिश में परिवर्तन की दिशा मे होती है।

$$\text{औसत त्वरण } \vec{a}_{av} = \frac{\text{वेग मे कुल परिवर्तन}}{\text{उसमे लगा कुल समय}}$$

(d) तात्क्षणिक त्वरण [Instantanous acceleration] :

→ किसी क्षण विशेष पर पिण्ड का त्वरण, तात्क्षणिक त्वरण कहलाता है।

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Note– त्वरण धनात्मक, ऋणात्मक या शून्य हो सकता है।

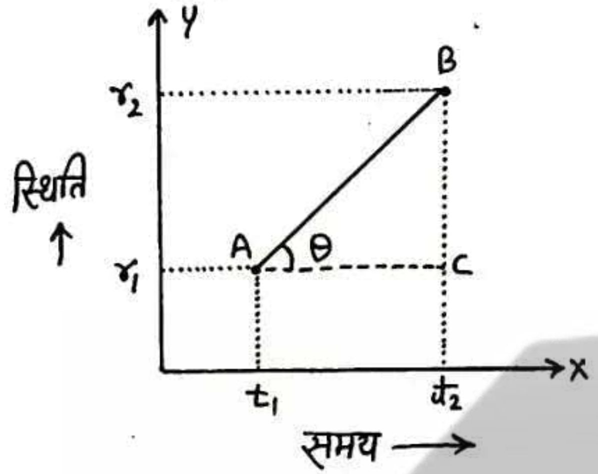
→ धनात्मक त्वरण का अर्थ है कि पिण्ड का वेग लगातार बढ़ रहा है।

→ ऋणात्मक त्वरण का अर्थ कि पिण्ड का वेग लगातार घट रहा है। ऋणात्मक त्वरण को मंदन कहा जाता है।

→ शुन्य त्वरण का अर्थ है पिण्ड का वेग एक समान या नियत है।

→ स्थिति-समय ग्राफ [Position - time Graph] :-

→ हम X-अक्ष पर समय तथा Y-अक्ष पर स्थिति को दर्शा कर स्थिति-समय ग्राफ खीचते हैं।



→ माना किसी गतिशील कण के लिए स्थिति समय ग्राफ AB है, तब

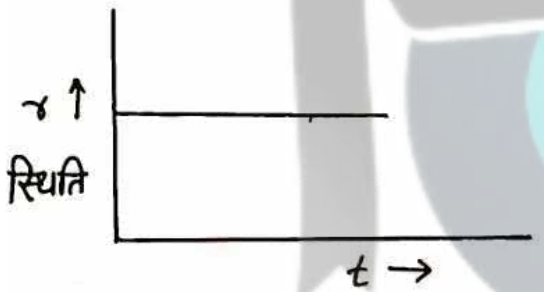
$$\text{वेग} = \frac{\text{स्थिति मे परिवर्तन}}{\text{लिया गया समय}} = \frac{r_2 - r_1}{t_2 - t_1}$$

ΔABC सें

$$\tan\theta = \frac{BC}{AC} = \frac{r_2 - r_1}{t_2 - t_1} = \text{वेग} = \text{प्रवणता}(m)$$

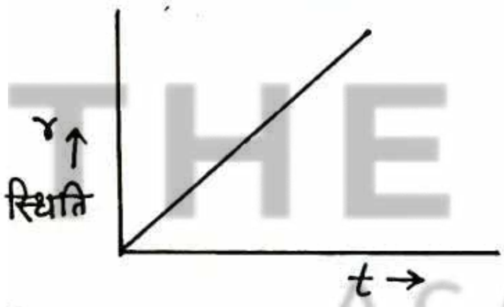
प्रवणता(m) = रेखा का ढाल है।

(a) जब कण विराम अवस्था में हो



जहाँ $\theta = 0^\circ$ अतः $v = 0$

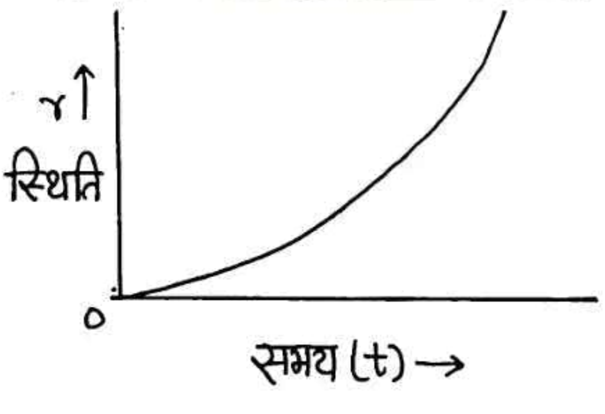
(b) जबकण एकसमान वेग से गतिशील हो-



जहां θ = नियतांक अतः v = नियतांक

$a = 0$

(c) जब कण का वेग बढ रहा हो-

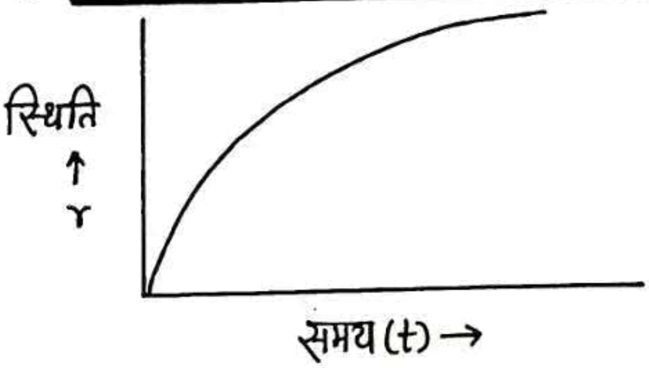


जहाँ θ = लगातार बढ रहा है अर्थात वेग लगातार बढ रहा है।
इसका अर्थ है कि कण त्वरित गति कर रहा है

यहां पर त्वरण (a) = धनात्मक है।

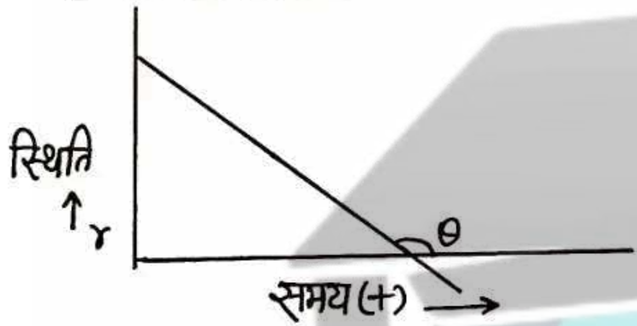
THE GUIDE ACADEMIC

(d) जब कण का वेग घट रहा हो -



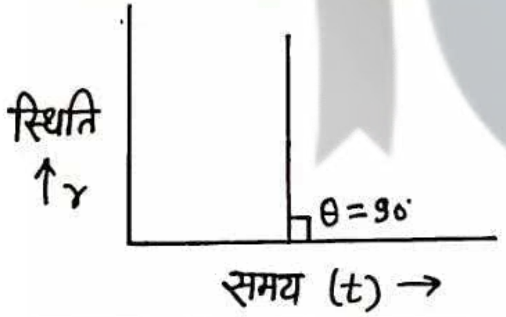
→ यहां पर θ लगातार घट रहा है
⇒ त्वरण ऋणात्मक है
→ अर्थात कण मंदित गति कर रहा है

(e) जबकण नियत वेग से मुल बिन्दु की ओर गतिशील हो-

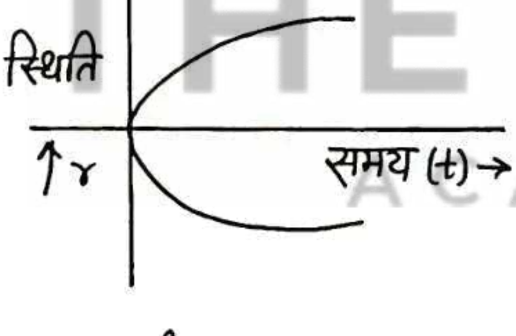


→ θ नियत है पर θ > 90° अत: वेग भी नियत होगा
→ ऋणात्मक ढाल (ऋणात्मक विस्थापन) यह बताता है कि कण मुल बिन्दु की ओर गति कर रहा है।

(f) कुछ असम्भव ग्राफ -

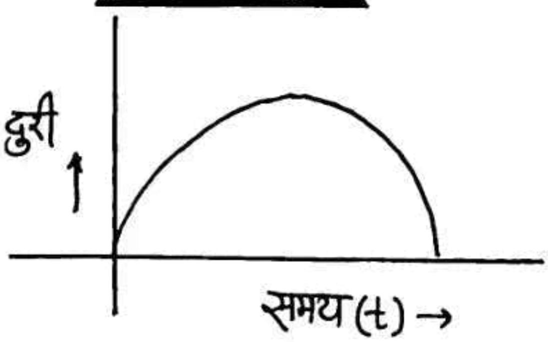


→ यहॉ पर θ = 90° अत: $\tan\theta = v = \infty$ पिण्ड का वेग अनन्त होगा
→ परन्तु किसी क्षण पर पिण्ड का वेग अनन्त हो ये व्यावहारिक रुप मे असम्भव है।



→ इस ग्राफ मे कण की एक ही क्षण पर दो स्थितियां है जो कि सम्भव नही है।

Note :- दुरी - समय ग्राफ -

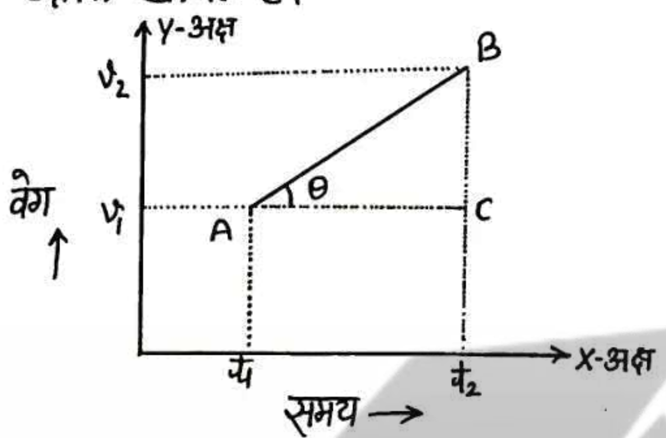


→ यदि दुरी तथा समय के बीच खींचा गया ग्राफ सदैव बढता हुआ ही प्राप्त होता है।
→ यह ग्राफ कभी भी मुल बिन्दु (मुल अवस्था) पर वापस नही आ सकता क्योंकि दुरी समय के साथ कभी नही घटती

THE GUIDE ACADEMIC

→ वेग-समय ग्राफ – [Velocity-time Graph] :-

→ हम X-अक्ष के अनुदिश समय तथा Y-अक्ष के अनुदिश वेग लेकर, वेग-समय ग्राफ खीचते हैं।

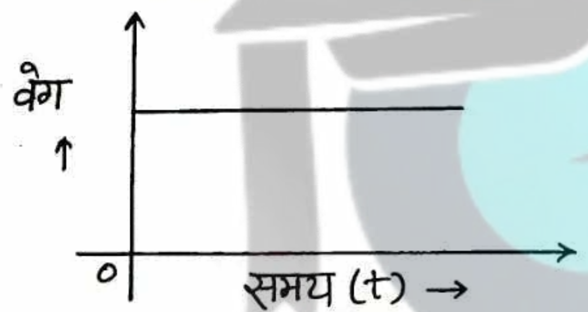


$$\text{त्वरण} = \frac{\text{वेग मे परिवर्तन}}{\text{लिया गया समय}} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

ΔABC में $\tan\theta = \frac{BC}{AC} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$

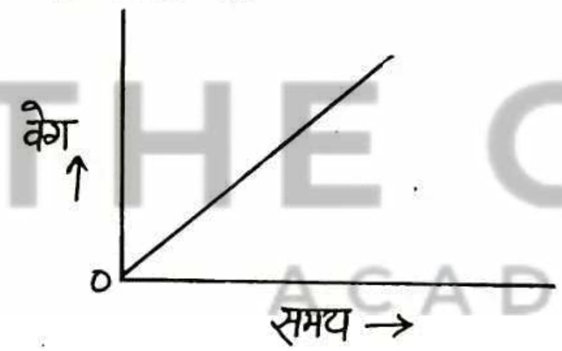
त्वरण = $\tan\theta$ = ग्राफ का ढाल (m)

ⓐ जब कण नियत वेग से गतिशील हो



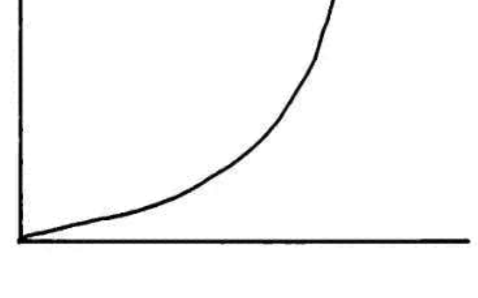
→ यहां पर $\theta = 0°$. अतः $a = 0$
अर्थात् पिण्ड नियत वेग से गतिशील है

ⓑ जब पिण्ड का वेग एक समान रुप से बढ रहा हो -



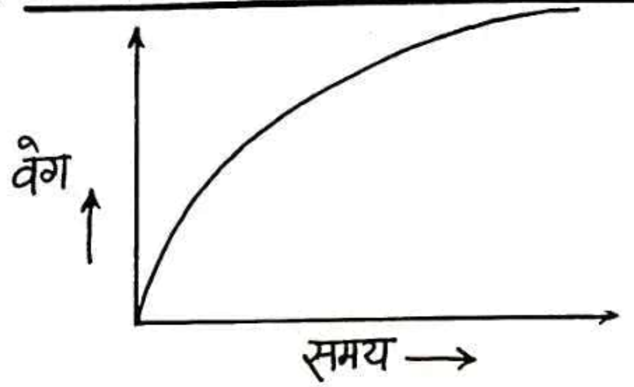
→ यहां पर θ = नियत अतः a = नियत
अर्थात पिण्ड का वेग एक समान रुप से बढ रहा है।

ⓒ जब पिण्ड का त्वरण बढ रहा हो-



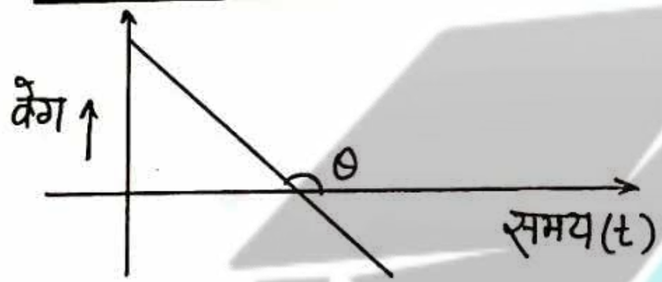
→ यहां पर θ लगातार बढ रहा है अर्थात पिण्ड का त्वरण लगातार बढ रहा है। पिण्ड के वेग मे परिवर्तन का मान लगातार बढ रहा है।

(d) जब पिण्ड का त्वरण घट रहा हो-



→ यहां पर θ घट रहा है, अत: त्वरण का मान भी घट रहा है।

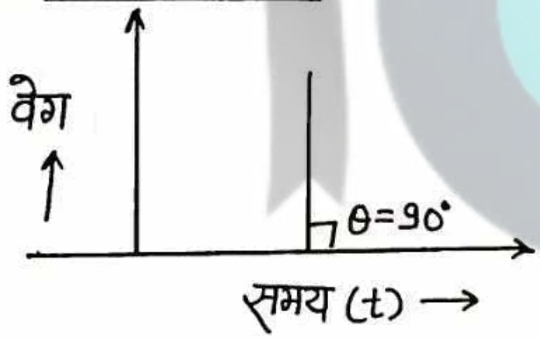
(e) जब पिण्ड ऋणात्मक त्वरण से गति करे-



→ यहां θ नियत अत: त्वरण भी नियत है। लेकिन θ > 90° अत: त्वरण ऋणात्मक होगा।

→ यहां पर पिण्ड का प्रा॰ वेग धनात्मक है

(f) असम्भव ग्राफ -



→ यहां पर θ = 90° अत: त्वरण का मान अनन्त होगा

→ त्वरण का अनन्त मान व्यावहारिक रूप मे सम्भव नही है।

Note - वेग एवं समय के मध्य खीचे गये ग्राफ का क्षेत्रफल वस्तु के विस्थापन को बताता है।

THE GUIDE ACADEMIC

➡ एक समान त्वरित गति के लिए गति के समीकरण :-

→ **A. ग्राफीय विधि :-**

→ माना कोई पिण्ड एक समान त्वरण a से त्वरित गति कर रहा है। पिण्ड का प्रारम्भिक वेग u है, t समय पश्चात पिण्ड का वेग v हो जाता है। t समय मे पिण्ड द्वारा तय विस्थापन x है।

→ **गति का प्रथम समीकरण**

त्वरण की परिभाषा से

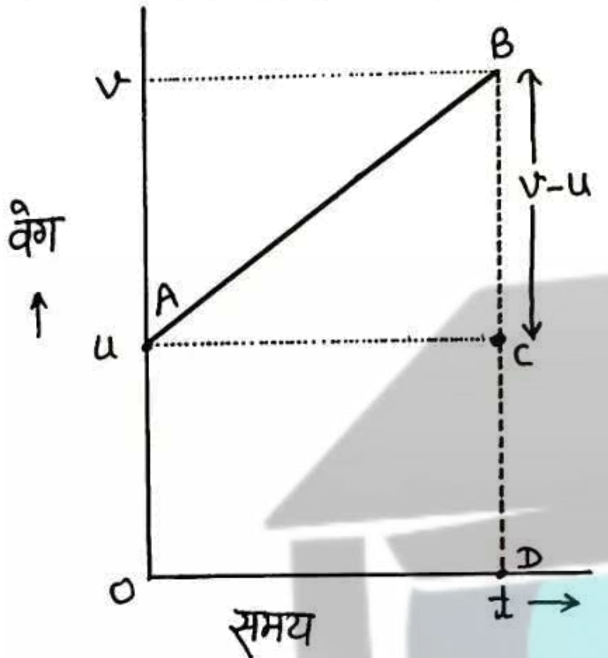
$$a = \frac{\text{वेग में परिवर्तन}}{\text{लिया गया समय}}$$

$$a = \frac{v-u}{t}$$

$$at = v - u$$

$$\boxed{v = u + at} \quad \text{—(1)}$$ यह गति का प्रथम समी॰ है।

→ **गति का द्वितीय समीकरण** -



→ पिण्ड के वेग एवं समय के मध्य खीचा गया वक्र, पिण्ड द्वारा तय विस्थापन को बताता है।

→ वक्र OABCD का क्षेत्रफल = पिण्ड द्वारा तय विस्थापन

→ x = ΔABC का क्षेत्रफल + आयत OACD का क्षेत्रफल

→ $x = \frac{1}{2} \times AC \times BC + OD \times CD$

पिण्ड का विस्थापन $x = \frac{1}{2} \times t \times (v-u) + ut$

$$x = ut + \frac{1}{2} t(at)$$

[$v - u = at$ गति के प्रथम समीकरण से

तो $$\boxed{x = ut + \frac{1}{2} at^2} \quad \text{—(2)}$$

यही गति का द्वितीय समीकरण है।

→ **गति का तृतीय समीकरण**

समी (2) मे $t = \frac{v-u}{a}$ रखने पर

$$x = u\left[\frac{v-u}{a}\right] + \frac{1}{2} a \cdot \left[\frac{v-u}{a}\right]^2$$

$$x = \frac{uv - u^2}{a} + \frac{v^2 + u^2 - 2uv}{2a}$$

$$2ax = 2uv - 2u^2 + v^2 + u^2 - 2uv$$

$$2ax = -u^2 + v^2 \Rightarrow \boxed{v^2 = u^2 + 2ax}$$ गति का तृतीय समी॰ है।

→ कलन विधि द्वारा गति के समीकरण -

→ अवकलन एवं समाकलन का प्रयोग करते हुए एकसमान त्वरित गति के समीकरण प्राप्त करेंगे।

→ गति का प्रथम समीकरण -

त्वरण की परिभाषा से $a = \frac{dv}{dt}$

$$dv = a\,dt$$

दोनो पक्षों का समाकलन करने पर (वेग का u से v तक, समय का 0 से t तक)

$$\int_u^v dv = \int_0^t a\,dt$$

$$[v]_u^v = a[t]_0^t$$

$$v - u = a(t-0)$$

$$\boxed{v = u + at} \quad \text{—— (1)}$$

→ गति का द्वितीय समीकरण -

वेग की परिभाषा से $v = \frac{dx}{dt}$

$$dx = v\,dt$$

उपरोक्त समी का समाकलन करने पर (विस्थापन 0 से x तक, समय 0 से t तक)

$$\int_0^x dx = \int_0^t v\,dt$$

$v = u + at$ रखने पर

$$[x]_0^x = \int_0^t (u+at)\,dt$$

$$[x-0] = \int_0^t u\,dt + \int_0^t at\,dt$$

$$x = u[t]_0^t + a\left[\frac{t^2}{2}\right]_0^t$$

$$x = u(t-0) + \frac{a}{2}(t^2-0)$$

$$\boxed{x = ut + \frac{1}{2}at^2} \quad \text{—— (2)}$$

THE GUIDE ACADEMIC

→ गति का तृतीय समीकरण -

त्वरण की परिभाषा से $a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$

$a = v\frac{dv}{dx}$ $\left[\frac{dx}{dt} = v \right.$ रखने पर

$v\,dv = a\,dx$

उपरोक्त समीकरण का समाकलन करने पर

$$\int_u^v v\,dv = \int_0^x a\,dx$$

$$\left[\frac{v^2}{2}\right]_u^v = a\left[x\right]_0^x$$

$$\frac{v^2}{2} - \frac{u^2}{2} = a(x-0)$$

$$v^2 - u^2 = 2ax$$

$$\boxed{v^2 = u^2 + 2ax} \quad \text{—③}$$

➡ एक समान त्वरित गति में पिण्ड द्वारा n वे सेकण्ड में तय दुरी :-

→ माना कोई पिण्ड एकसमान त्वरण a से त्वरित गति कर रहा है, पिण्ड का प्रारम्भिक वेग u है, तो पिण्ड द्वारा n वे सेकण्ड मे तय दुरी d_n

d_n = n सेकण्ड मे तय दुरी (x_n) − (n−1) सेकण्ड मे तय दुरी (x_{n-1}) —①

हम जानते है, गति का द्वितीय समीकरण $x = ut + \frac{1}{2}at^2$

t = n सेकण्ड मे पिण्ड द्वारा तय दुरी $x_n = un + \frac{1}{2}an^2$ —②

t = (n−1) सेकण्ड मे पिण्ड द्वारा तय दुरी $x_{n-1} = u(n-1) + \frac{1}{2}a(n-1)^2$ —③

समी ② व ③ को समी ① में रखने पर

$$d_n = \left[un + \frac{1}{2}an^2\right] - \left[u(n-1) + \frac{1}{2}a(n-1)^2\right]$$

$$d_n = un + \frac{1}{2}an^2 - \left[un - u + \frac{1}{2}a(n^2 + 1 - 2n)\right]$$

$$d_n = un + \frac{1}{2}an^2 - un + u - \frac{1}{2}an^2 - \frac{1}{2}a + an$$

$$\boxed{d_n = u + \frac{1}{2}a(2n-1)}$$

यह पिण्ड द्वारा n वे सेकण्ड मे तय की गई दूरी का समी॰ है।

→ मुक्त पतन [free fall] :-

→ यदि कोई पिण्ड या वस्तु गुरुत्वीय त्वरण के अधीन स्वतन्त्रतापूर्वक गिर रही है तो उसे मुक्त पतन कहा जाता है।

→ मुक्त पतन मे वस्तु का प्रारम्भिक वेग $u=0$ होता है।

→ धनात्मक y-अक्ष ऊपर की ओर है तो गुरुत्वीय त्वरण $a = -g = 9.8 m/s^2$ ऋणात्मक लिया जायेगा।

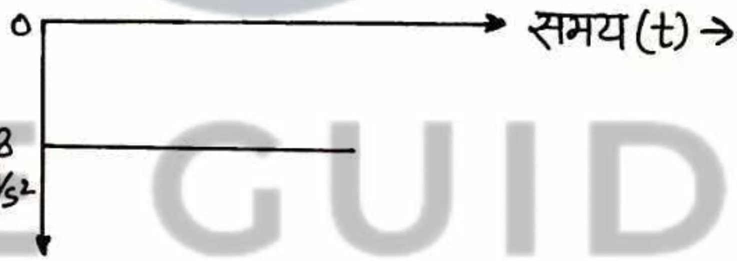
→ मुक्त पतन की स्थिति मे गति के समीकरण निम्न प्रकार परिवर्तित हो जायेगे

$$v = u + at \Rightarrow v = 0 - gt = -9.8t$$

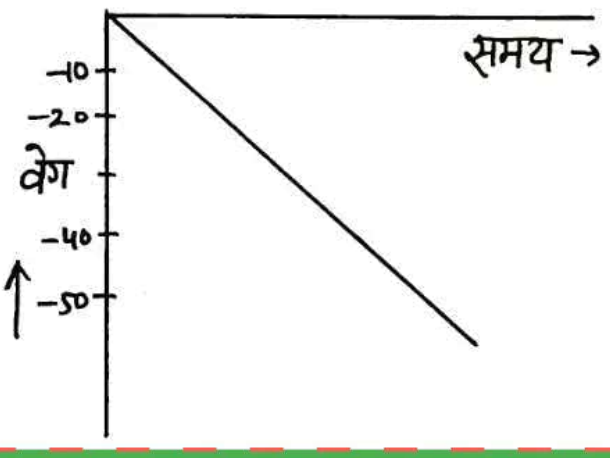
$$x = ut + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow x = 0 + \frac{1}{2}(-g)t^2 = -4.9t^2$$

$$v^2 = u^2 + 2ax \Rightarrow v^2 = 0 - 2gx = -19.6x$$

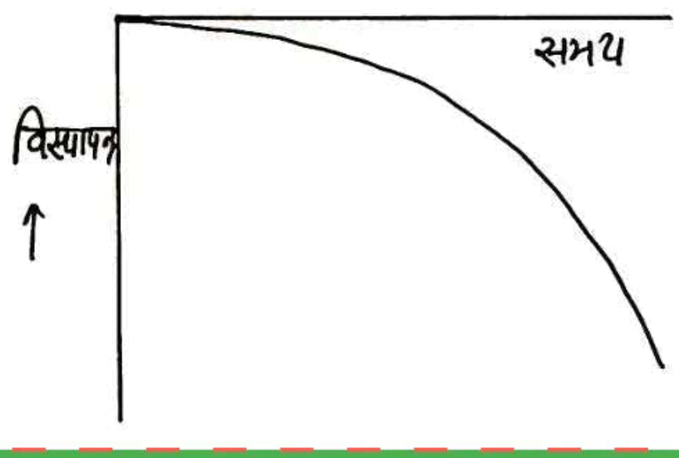
→ त्वरण- समय ग्राफ



→ वेग- समय ग्राफ



विस्थापन- समय ग्राफ –

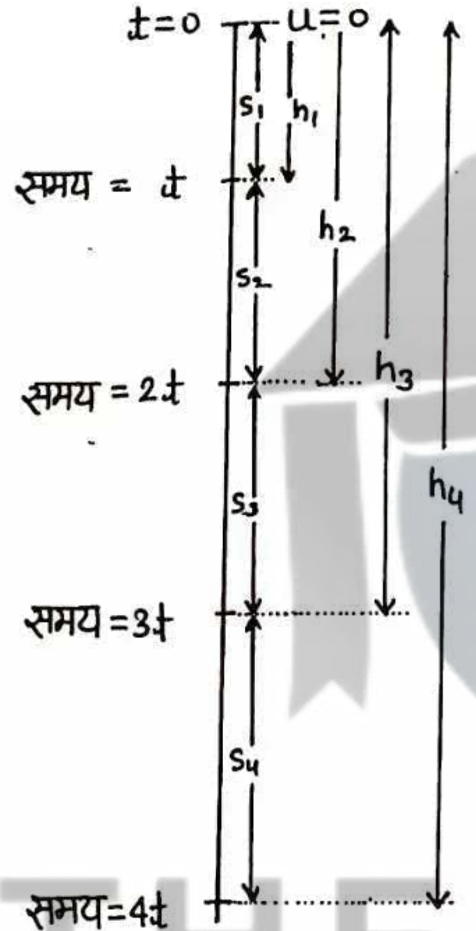


THE GUIDE ACADEMIC

→ गैलीलियों का विषम अंक सम्बन्धित नियम -

→ **कथन** - इस नियम के अनुसार " स्वतन्त्रतापूर्वक गिर रही वस्तु के द्वारा समान समयान्तरालों मे तय की गई दुरियों का अनुपात, एक से प्रारम्भ होने वाले विषम अंको के अनुपात के बराबर होता है।"

→ **व्युत्पति** - यदि कोई वस्तु स्वतन्त्रतापूर्वक गिर रही है तो वस्तु का प्रारम्भिक वेग शून्य होगा अत: गति का द्वितीय समी.



$x = ut + \frac{1}{2}at^2$ यहां पर निम्न प्रकार लिखा जा सकता है

$$h = -\frac{1}{2}gt^2 \quad \text{—(1)}$$

→ समय = t सेकण्ड मे तय दुरी

$$h_1 = -\frac{1}{2}gt^2 \quad \text{—(2)}$$

→ समय = 2t सेकण्ड मे तय दुरी

$$h_2 = -\frac{1}{2}g(2t)^2 = -\frac{1}{2}gt^2 \times 4 \quad \text{—(3)}$$

→ समय = 3t सेकण्ड मे तय दुरी

$$h_3 = -\frac{1}{2}g(3t)^2 = -\frac{1}{2}gt^2 \times 9 \quad \text{—(4)}$$

→ समय = 4t सेकण्ड मे तय दुरी

$$h_4 = -\frac{1}{2}g(4t)^2 = -\frac{1}{2}gt^2 \times 16 \quad \text{—(5)}$$

→ t समय मे तय दुरी $s_1 = h_1 = -\frac{1}{2}gt^2$ —(6)

→ अगले समय-अन्तराल t मे तय दुरी $s_2 = h_2 - h_1 = -\frac{1}{2}gt^2 \times 4 - \frac{1}{2}gt^2 =$

$$s_2 = -3 \times \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{—(7)}$$

→ उससे अगले समय अन्तराल मे तय दुरी (3t - 2t) में

$$s_3 = h_3 - h_2 = -\frac{1}{2}gt^2 \times 9 - \frac{1}{2}gt^2 \times 4 \Rightarrow s_3 = -5 \times \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{—(8)}$$

→ अगले समय अन्तराल मे तय दुरी (4t - 3t) में

$$s_4 = h_4 - h_3 = -\frac{1}{2}gt^2 \times 16 - \frac{1}{2}gt^2 \times 9 \Rightarrow s_4 = -7 \times \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{—(9)}$$

समी (6), (7), (8), (9) से स्वतन्त्र गिर रहे पिण्ड द्वारा समान समय अन्तरालों मे तय दुरियों का अनुपात

$$s_1 : s_2 : s_3 : s_4 : \ldots = 1 : 3 : 5 : 7 : \ldots$$

यही गैलीलियों का विषम अंक सम्बन्धित नियम है।

THE GUIDE ACADEMIC

→ वाहनों की अवरोधन दुरी :-

→ किसी गतिशील वाहन या पिण्ड पर ब्रेक लगाने से रुकने तक तय दुरी अवरोधन दुरी कहलाती है।

→ अवरोधन दुरी को d_s से प्रदर्शित करते है।

→ अवरोधन दुरी के दौरान वाहन का अन्तिम वेग $v = 0$ होता है

→ गति के तृतीय समी. से $v^2 = u^2 + 2ax$

वाहनों की अवरोधन दुरी की स्थिति में $v = 0$ तथा $x = d_s$ तो

$$0 = u^2 + 2a.d_s$$

$$2a.d_s = -u^2$$

$$\boxed{d_s = \frac{-u^2}{2a}}$$

→ यहां पर अवरोधन दुरी $d_s \propto u^2$

$$d_s \propto \frac{1}{a}$$

अर्थात् अवरोधन दुरी का मान, वाहन के प्रारम्भिक वेग के वर्ग के समानुपाती तथा वाहन के त्वरण के व्युत्क्रमानुपाती होता है।

→ प्रतिक्रिया काल [Reaction time] :-

→ प्रतिक्रिया काल किसी व्यक्ति द्वारा किसी घटना को देखने में, उसके बारे मे सोचने में तथा कार्यवाही करने मे लगा समय है।

→ Example – माना कोई व्यक्ति कार चला रहा है, अचानक उसके रास्ते मे एक लड़का सामने आ जाता है तो कार मे तेजी से ब्रेक लगाने के पहले व्यक्ति को लगने वाला समय, प्रतिक्रिया काल कहलाता है।

→ प्रतिक्रिया काल का मान, परिस्थिति की जटिलता एवं व्यक्ति विशेष पर निर्भर करता है।

→ प्रतिक्रिया काल को समझने के लिए लोहे की छड़ या रूलर लेते है। इसमे एक व्यक्ति छड को ऊर्ध्वाधर करके ऊपर से पकड़ कर रखता है। दुसरा व्यक्ति अपने अंगुठे व तर्जनी के मध्य भाग मे छड को रखता है। इस भाग या खाली जगह से पहला व्यक्ति छड़ को गिराता है तो दुसरे व्यक्ति द्वारा छड को पकडने मे लगा समय 'प्रतिक्रिया काल' कहलाता है। प्रतिक्रिया काल के दौरान छड़ ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर गिर जाती है।

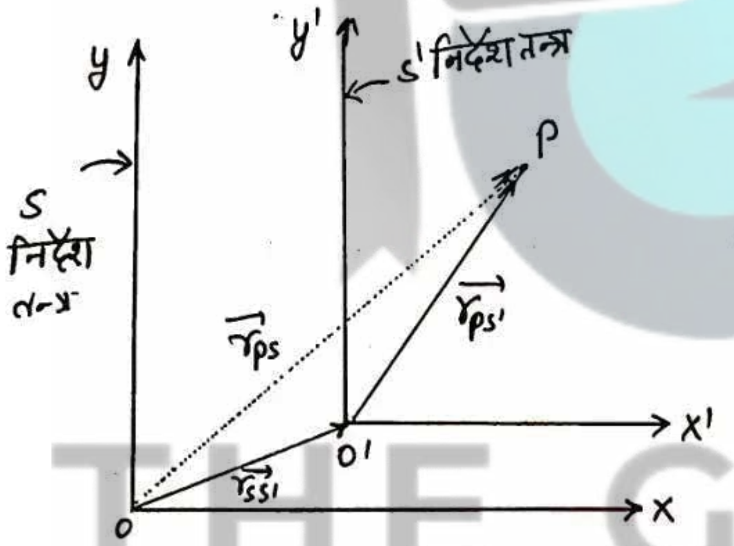
THE GUIDE ACADEMIC

→ आपेक्षिक वेग [Relative Velocity] :-

→ जब हम किसी कण की गति की बात करते हैं तो हमें एक नियत बिन्दु मानना होता है, जिसके सापेक्ष दिया गया कण गति करता है, इस स्थिति मे नियत बिन्दु के सापेक्ष कण का वेग, आपेक्षिक वेग कहलाता है।

→ <u>Example</u> - ट्रेन चल रही है या पानी बह रहा है या व्यक्ति दौड़ रहा है या हवा चल रही है, इन सबका हमारा यहां अर्थ है कि ये सभी गतियां पृथ्वी के सापेक्ष हैं (यहां पर पृथ्वी को नियत मानते हैं)

→ किसी गतिशील वस्तु या पिण्ड का वेग अन्य किसी गतिशील वस्तु के सापेक्ष ज्ञात करने के लिए, माना एक कण P, निर्देश तन्त्र S के सापेक्ष स्थिति $\vec{r}_{ps}$ है जबकि निर्देश तन्त्र S' के सापेक्ष कण P की स्थिति $\vec{r}_{ps'}$ है। यदि निर्देश तन्त्र S' की स्थिति निर्देश तन्त्र S के सापेक्ष स्थिति $\vec{r}_{s's}$ है तो



चित्र से $\vec{r}_{ps} = \vec{r}_{ps'} + \vec{r}_{s's}$

उपरोक्त समी॰ का t के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$\frac{d\vec{r}_{ps}}{dt} = \frac{d\vec{r}_{ps'}}{dt} + \frac{d\vec{r}_{s's}}{dt}$$

$$\vec{V}_{ps} = \vec{V}_{ps'} + \vec{V}_{s's}$$

$$\vec{V}_{ps'} = \vec{V}_{ps} - \vec{V}_{s's}$$

→ माना दो कण A व B हैं जिनके वेग क्रमशः V_A व V_B हैं तो पिण्ड या कण A के सापेक्ष कण B का आपेक्षिक वेग

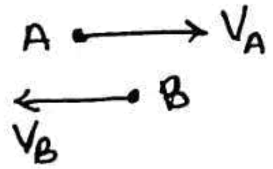
$$\boxed{\vec{V}_{BA} = \vec{V}_B - \vec{V}_A}$$

1) यदि दोनो कण समान दिशा मे गतिशील हो, तब

A के सापेक्ष B का आपेक्षिक वेग $V_{BA} = V_B - V_A$ A •⟶ V_A

B के सापेक्ष A का आपेक्षिक वेग $V_{AB} = V_A - V_B$ B •⟶ V_B

ii) यदि दोनो कण एक-दुसरे की विपरीत दिशा मे गतिशील हो -



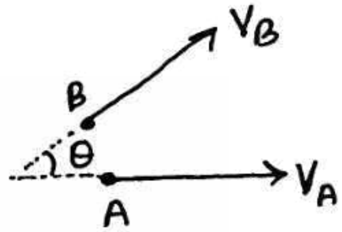
कण A के सापेक्ष B का आपेक्षिक वेग $= -V_B - V_A$

$$V_{BA} = -(V_B + V_A)$$

कण B के सापेक्ष A का आपेक्षिक वेग $V_{AB} = V_A - (-V_B)$

$$V_{AB} = V_A + V_B.$$

iii) यदि दोनो कण एक दुसरे से θ कोण पर गतिशील हो



$$V_{AB} = \sqrt{V_A^2 + V_B^2 - 2V_AV_B\cos\theta}$$